

APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA
11/09/2009

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Chimica e di processo (A.A.08/09) e
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio (A.A.08/09)
(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

Esercizio 1 [10 p.ti]

Risolvere mediante separazione di variabili il seguente problema di Dirichlet

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t} = 10 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + t(x^2 + 1), & (0, 1) \times \mathbb{R}^+ \\ u(0, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(1, t) = 0, & t \geq 0 \\ u(x, 0) = x^2 - x, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 [8 p.ti]

Risolvere con il metodo delle caratteristiche il seguente problema di Cauchy lineare

$$(1) \quad \begin{cases} 5y \frac{\partial u}{\partial x} - 3x \frac{\partial u}{\partial y} = 7u, & \text{in } \mathbb{R}^2 \\ u = y^2, & \Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x = 1, y \in \mathbb{R}\}. \end{cases}$$

Rispondere alle domande motivando ogni passaggio.

Esercizio 3 [6 punti]

Sia $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ così definite $f(x) = \chi_{[-3,3]} | x^2 - 1 |$ e $g = \chi_{[-2,2]}$. Calcolare esplicitamente la trasformata di Fourier di $f * g$ (leggi f convoluto g).

Si ricorda inoltre che $\chi_{[-\alpha, \alpha]}$ denota la funzione caratteristica dell'insieme $[-\alpha, \alpha]$, $\alpha > 0$.

Esercizio 4 [6]

Assegnato il seguente problema di Cauchy

$$(2) \quad \begin{cases} y' = -\frac{3x+2y}{-2x+4y}, \\ y(x_0) = y_0, \end{cases}$$

determinare per quali $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ esiste un'unica soluzione locale e quale regolarità ha. Risolvere inoltre il problema di Cauchy nel caso in cui $x_0 = 2$ e $y_0 = 2$.

N.B. Gli studenti hanno a disposizione **3 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.