

# APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA

(Comm. Prof. F. Ferrari)

Cognome.....Nome.....Mat.....CdL.....

## Esercizio 1 [10 p.ti]

Risolvere mediante separazione di variabili il seguente problema di Cauchy Dirichlet

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 7 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + tx, & (0, 1) \times (0, 1) \\ u(x, 0) = x^2 & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0, t) = 0, & t > 0 \\ u(1, t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

## Esercizio 2 [8 p.ti]

Risolvere con il metodo delle caratteristiche il seguente problema di Cauchy semilineare

$$(1) \quad \begin{cases} y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 5u, & \text{in } \mathbb{R}^2 \\ u = x^2, & \Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y = 1, x \in \mathbb{R}\}. \end{cases}$$

Rispondere alle domande motivando ogni passaggio.

## Esercizio 3 [4 punti]

Classificare la seguente equazione alle derivate parziali lineare di ordine due

$$x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

## Esercizio 4 [8]

Assegnato il seguente problema di Cauchy

$$(2) \quad \begin{cases} y' = -\frac{x+y}{-x+y}, \\ y(x_0) = y_0. \end{cases}$$

Determinare per quali  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  il problema di Cauchy ha un'unica soluzione locale e quale regolarità ha. Risolvere il problema di Cauchy quando  $x_0 = 0$  e  $y_0 = 1$ .

**N.B.** Gli studenti hanno a disposizione **3 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.