QUARTO APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA LM (14/02/2009)

Prof. F. Ferrari

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Chimica e di processo

Cognome..................................Nome...............................Mat.......................CdL.............

Esercizio 1 [11p.ti]

Risolvere mediante separazione di variabili il seguente problema di Dirichlet

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = 3\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \ (0,1)\times(0,1) \\ u(x,0) = x^2 \ \ 0 \le x \le 1 \\ u_x(0,t) = 0, \ \ t > 0 \\ u_x(1,t) = 0, \ \ t > 0. \end{cases}$$

Esercizio 2 [8 punti]

Risolvere con il metodo delle caratteristiche il seguente problema di Cauchy semilineare

$$\begin{cases} 3y\frac{\partial u}{\partial x} - 2x\frac{\partial u}{\partial y} = 5xyu, \ \text{in } \mathbb{R}^2 \\ u = x^2, \ \ \Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \ \ y = x\}. \end{cases} \tag{1}$$

Rispondere alle domande motivando ogni passaggio.

Esercizio 3 [5 punti]

Classificare la seguente equazione alle derivate parziali lineare di ordine due

$$3x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 4y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Determinare le soluzioni delle equazioni caratteristiche nell'insieme in cui è iperbolica.

Esercizio 4 [6 punti]

Assegnato il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{x^2+y^2}{2xy+y}, \\ y(x_0) = y_0. \end{cases} \tag{2}$$

Determinare per quali $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ il problema di Cauchy ha una soluzione locale e quale regolarità ha. Risolvere il problema di Cauchy quando $x_0 = 1$ e $y_0 = 1$.

N.B. Gli studenti hanno a disposizione **3 h** per svolgere gli esercizi. **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari. Motivare ogni risposta.