

Prova intermedia di Analisi Matematica L-A 02/03

Materiale propedeutico alle lezioni di Analisi Matematica L-A per i corsi di Laurea in Ingegneria delle Telecomunicazioni e Ingegneria dell'Ambiente e del Territorio dell'Università di Bologna. Anno Accademico 2004/2005

ESERCIZIO 1

[3 punti] Sia $f : \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = x^{\sin(3x)}$. Calcolare $f' \left(\frac{\pi}{6} \right)$.

ESERCIZIO 2

[3 punti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[4]{n+3} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2})^{1/2}.$$

a) $\sqrt{2}$.

b) $+\infty$.

c) 0.

d) $\sqrt{2\sqrt{3}}$.

ESERCIZIO 3

[3 punti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 5x + 6)\sqrt{x+2}}{x^2 - 7x + 10}$$

a) $\frac{2}{3}$.

b) $+\infty$.

c) 0.

d) 2.

ESERCIZIO 4

Sia $f : (-5, 3] \rightarrow \mathbf{R}$, f continua. Dire quale delle seguenti affermazioni è vera.

a) Per ogni successione $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ in $(-5, 3]$, se $x_n \rightarrow -2$, allora $f(x_n) \rightarrow f(-2)$.

b) Per ogni successione $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ in $(-5, 3]$, se $x_n \rightarrow -5$, allora esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(x_n)$.

- c) Per ogni successione $\{x_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ in $(-5, 3]$, se $x_n \rightarrow 3$, allora $f(x_n) \rightarrow 3$.
d) Non esiste $\lim_{n \rightarrow +\infty} f((-2)^n)$.

ESERCIZIO 5

Siano $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ e $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ derivabili su $\mathbf{R}$. Se $g(x) = \cos^2(f(x))$ per ogni $x \in \mathbf{R}$ e $f(3) = 2$ $f'(3) = c \in \mathbf{R}$, allora:

- a) $g'(3) = -2c \cos(2) \sin(2)$.
b) $g'(3) = -2c \cos(3) \sin(3)$.
c) $g'(2) = -2c \cos(2) \sin(2)$.
d) $g'(2) = -2c \cos(3) \sin(3)$.

ESERCIZIO 6

[5 punti] Sia $f : [0, 3] \rightarrow \mathbf{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2x^3, & \text{se } x \in [0, 1] \\ 3x + 2, & \text{se } x \in (1, 3] \end{cases}$$

Si chiede se tale funzione è continua. Lo studente svolga questo esercizio in un foglio separato, motivando con cura ogni affermazione.