Riferimento cartesiano: un riferimento affine $\mathcal{R} = (O, \vec{\mathcal{B}})$ dove $\vec{\mathcal{B}}$ è ortonormale.

Rispetto a un rif. affine	Rispetto a un rif. cartesiano

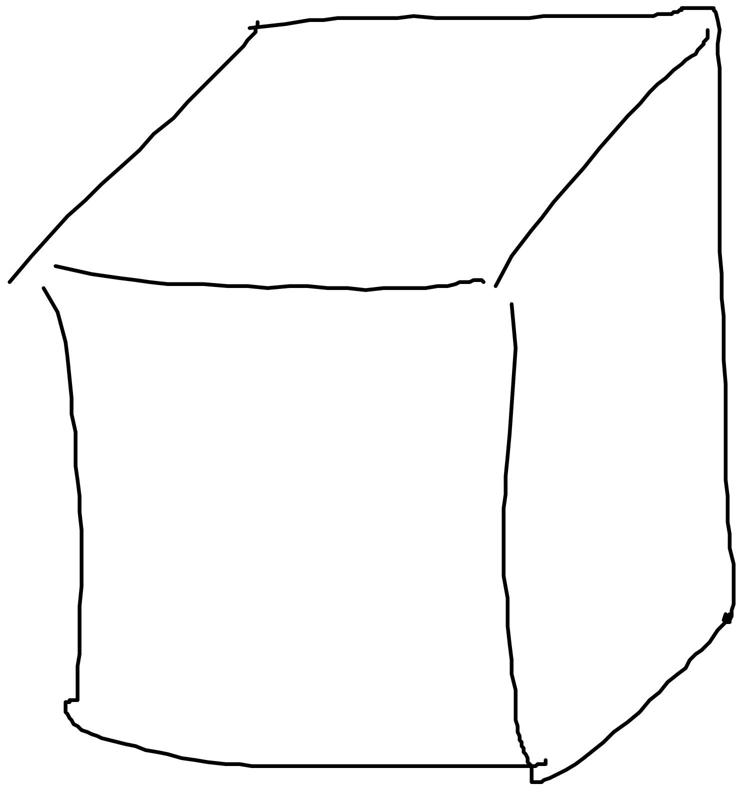
retta r di coeff. dir. $(\ell_1, \dots, \ell_n)$

" r' " " $(\ell'_1, \dots, \ell'_n)$

iperpiano π di eq. $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = b$

" π' " " $a'_1x_1 + \dots + a'_nx_n = b'$

$r \parallel r' \iff (\ell_1, \dots, \ell_n) \sim (\ell'_1, \dots, \ell'_n)$	$r \perp r' \iff \ell_1\ell'_1 + \dots + \ell_n\ell'_n = 0$
$r \parallel \pi \iff a_1\ell_1 + \dots + a_n\ell_n = 0$	$r \perp \pi \iff (\ell_1, \dots, \ell_n) \sim (a_1, \dots, a_n)$
$\pi \parallel \pi' \iff (a_1, \dots, a_n) \sim (a'_1, \dots, a'_n)$	$\pi \perp \pi' \iff a_1a'_1 + \dots + a_na'_n = 0$



Trasformazioni affini

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Affinità: trasf. affini in cui $|A| \neq 0$

Congruenza: affinità in cui A è ortogonale

Congruenza diretta o movimento: A è ortogonale e con $\det = 1$

In $\mathcal{E}^2$ sia

$$r: 5x - 2y = 7$$

sia $P \equiv (1,3)$.

Trovare la retta s per $P \parallel r$ e la retta t per $P \perp r$

Generico iperpiano per P: $a(x-1) + b(y-3) = 0$

Parallelismo fra iperpiani

$(a, b) \sim (5, -2)$

si $5(x-1) + (-2)(y-3) = 0$

$5x - 2y + 1 = 0$

Generica retta per P,

$$\frac{x-1}{l} = \frac{y-3}{m}$$

ortogonalità retta-iperpiano

$(l, m) \sim (5, -2)$

$$r : \frac{x-1}{5} = \frac{y-3}{-2}$$

In $\mathbb{R}^3$ siano

$$r : \begin{cases} 2x - y + 3z - 1 = 0 \\ x + y + 4z - 6 = 0 \end{cases}$$

$$P \equiv (1, -5, 2) \quad s : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \\ 7 \end{pmatrix} (\alpha) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Probl 1: trovare il piano Π_1 passante per r e P.

Fascio di piani per r_1

$$\underset{\substack{1 \\ k}}{\alpha}(2x - y + 3z - 1) + \underset{6}{\beta}(x + y + 4z - 6) = 0 \qquad k = \frac{\alpha}{\beta}$$

Impongo il passaggio per P_1

$$\underset{k}{\alpha}(2 \cdot 1 - (-5) + 3 \cdot 2 - 1) + \underset{1}{\beta}(1 - 5 + 4 \cdot 2 - 6) = 0$$

$$12\alpha - 2\beta = 0 \qquad \beta = 6\alpha$$

$$12k + 2 = 0$$

scelgo $\alpha = 1$

$$k = -\frac{1}{6}$$

$$ax + by = 0$$

$$y = mx \qquad m = -\frac{a}{b}$$

$$x_0$$