$\mathcal{Q} = \mathrm{Im}[f] \quad A$

$\bar{y} \in \mathcal{Q} \quad \Pi = x(\bar{y})$?

Com'è fatta $\mathcal{Q} \cap \Pi$?

Se $\mathcal{Q} \cap \Pi = \{\bar{y}\}$,

fine dei discorsi.

Sia invece $\bar{x} \neq \bar{y}$,

$\bar{x} \in \mathcal{Q} \cap \Pi$.

Il generico punto della retta $\bar{X}\bar{Y}$ è

$$Z \equiv (z) = \lambda(\bar{x}) + \mu(\bar{y})$$

Le intersezioni della retta $\bar{X}\bar{Y}$ con $\mathcal{Q}$ sono date da $*$

$$\lambda^2 \underbrace{{}^t(\bar{x})\cdot A \cdot(\bar{x})}_{=0} + 2\lambda\mu \underbrace{{}^t(\bar{x}) \cdot A \cdot (\bar{y})}_{=0} + \mu^2 \underbrace{{}^t(\bar{y})\cdot A \cdot(\bar{y})}_{=0} = 0$$

Sì, ma $=0$ perché $\bar{X} \in \mathcal{Q}$

$=0$ perché $\bar{Y} \in \mathcal{Q}$

$=0$ perché $\bar{X} \in r(\bar{Y})$

Ma allora $*$ è un'identità perciò tutta la retta $\overline{X}\,\overline{Y}$ è contenuta in Q. Naturalmente è contenuta in $\mathcal{Z}(Y)$, perciò è contenuta nell'intersezione.