

# Classificazione delle coniche di $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ .

---

$$\text{rank} = 1$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Im} X_0^2 = 0 \quad \begin{array}{l} \text{una retta} \\ \text{"detta" contactata} \\ \text{2 volte"} \end{array}$$

$$W : X_0 = 0$$

la stessa  
retta

---

Esempio

$$\text{retta} \quad 2X_0 + 5X_1 - 3X_2 = 0$$

$$\text{Conica} \quad (2X_0 + 5X_1 - 3X_2)^2 = 0$$

$$4X_0^2 + 25X_1^2 + 9X_2^2 + 20X_0X_1 +$$

$$-12X_0X_2 - 30X_1X_2 = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 10 & -6 \\ 10 & 25 & -15 \\ -6 & -15 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\text{II} = \frac{5}{2} \text{I}$$

$$\text{III} = \frac{-3}{2} \text{I}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 4 & 0 & -6 \\ 10 & 0 & -15 \\ -6 & 0 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$\{A=1$$

$$\text{Rango} = 2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Im } X_0^2 + X_1^2 = 0$$

$$(X_0 + iX_1)(X_0 - iX_1) = 0$$

unione di 2 rette

$W$

$$\left. \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ X_1 = 0 \end{array} \right\}$$

un punto

(intersez. delle 2 rette)

$$\text{Rango} = 3$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Im } X_0^2 + X_1^2 + X_2^2 = 0$$

fatta di  $\infty$  punti, non  
contiene rette

$$\left. \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ X_1 = 0 \\ X_2 = 0 \end{array} \right\} W = \emptyset$$

# Classificazione delle quadriche di $\mathbb{P}^3(\mathbb{C})$

$$\text{Rango} = 1$$