Nello sp. affine i coni proiettivi (reali o immaginari) si distinguono in cilindri (reali o immaginari) se il vertice è improprio e coni affini (re. o imm.) se è proprio

---

PROP - Data $\mathcal{Q}$ quadrica di rango 3, un piano Π interseca $\mathcal{Q}$ in una conica degenere $\iff \Pi \supset W(\mathcal{Q})$

COR - $\mathcal{Q}$ di rango 3 è un cilindro $\iff \mathcal{Q}_\infty = \mathcal{Q} \cap \Pi_\infty$ è degenere $\iff A_{00} = 0$

Cono: $rA = 3$, $A_{00} \neq 0$

M_{00} — def. pos. o neg. c. imm.

M_{00} — indef c. reale

Per distinguere cilindri re. o imm. calcolo la segnatura di A

cil: $rA = 3$ $A_{00} = 0$

$\sigma(A) =$ $(3,0)$ o $(0,3)$ cil. imm.

$\sigma(A) =$ $(2,1)$ o $(1,2)$ cil. re.

Ma ci possono essere accorgimenti che rivelano l'eventuale realtà del cilindro

λ	$\lvert A\rvert$	A_0	Quadriche
$\lambda<-1$	$-$	ind	iperboloidi ell.
$-1=\lambda$	0	ind	~~spec~~ cono re
$-1<\lambda<0$	$+$	ind	iperboloidi ip.
$\lambda=0$	$+$	0	paraboloide ip.
$0<\lambda<\frac{1}{2}$	$+$	ind	iperboloidi ip.
$\lambda=\frac{1}{2}$	0	ind	~~spec~~ cono re.
$\frac{1}{2}<\lambda<1$	$+$	ind	iperboloidi ip.
$\lambda=1$	0	0	~~spec~~ cil. re.
$\lambda>1$	$-$	ind	iperboloidi ell.

$$A=\begin{pmatrix} -4\lambda & 0 & 0 & 1 \\ 0 & (3\lambda-1) & 0 & \lambda \\ 0 & 0 & (1-\lambda) & 0 \\ 1 & \lambda & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda=1 \quad \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

interseco con $X_2=0$

$$M_2^2=\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad |M_2^2|=\begin{vmatrix} \cancel{-4} & \cancel{0} & \cancel{1} \\ 4 & 2 & \cancel{0} \\ 1 & 1 & \cancel{0} \end{vmatrix}=$$

conica non degre.

$$=4-2\neq 0$$