

$$B = E^{-1} \cdot A \cdot E$$

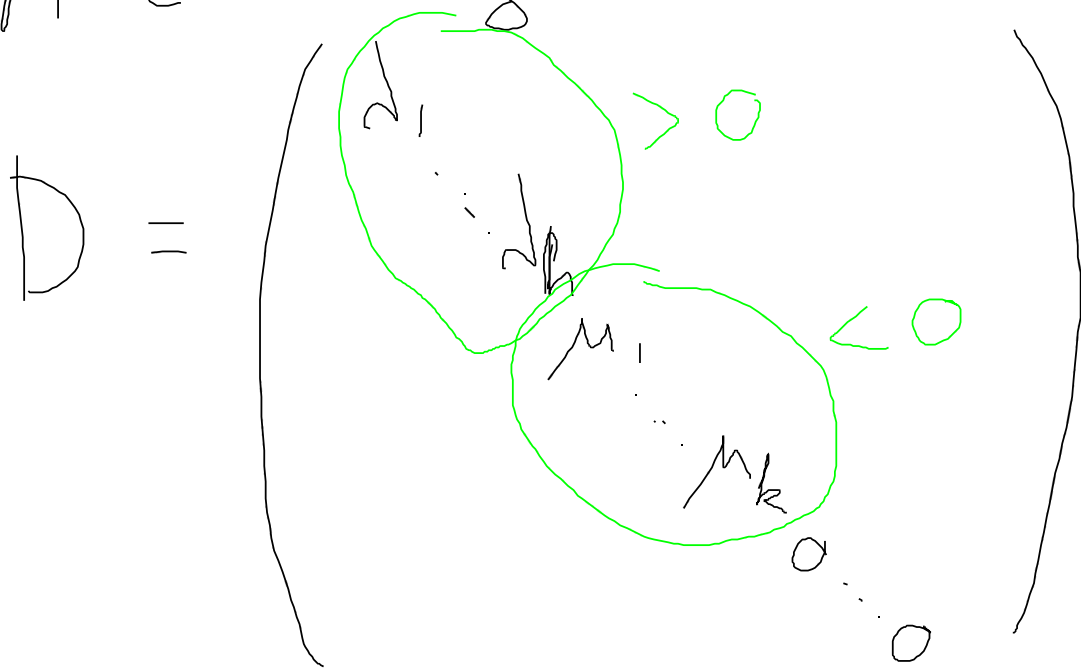
$$\begin{aligned} |B| &= |E^{-1}| \cdot |A| \cdot |E| = \\ &= |A| |E^{-1}| \cdot |E| = \\ &= |A| |E^{-1} \cdot E| = |A| \end{aligned}$$

$$B = {}^t E \cdot A \cdot E$$

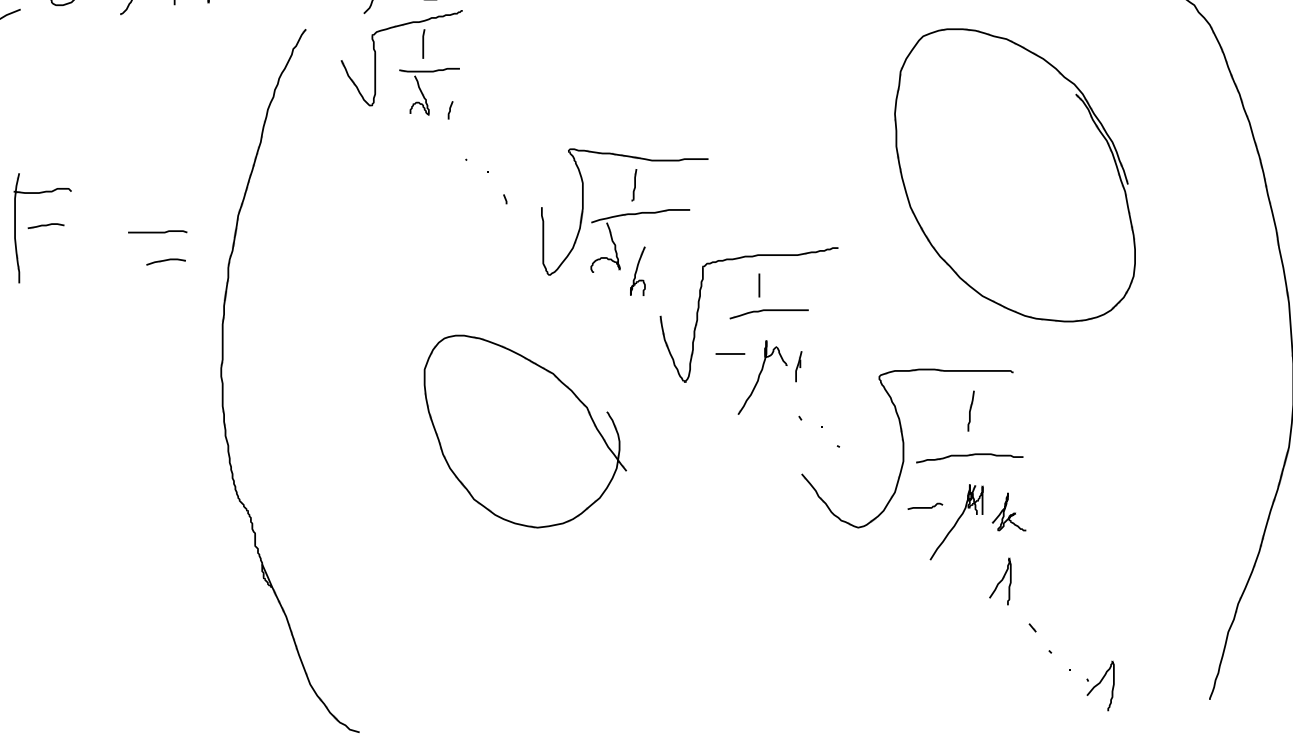
$$\begin{aligned} |B| &= |{}^t E| \cdot |A| \cdot |E| = \\ &= |A| \cdot (|E|)^2 \end{aligned}$$

Ogni matrice A simmetrica
è simile e congruente
a una matrice diagonale

A e' congruente a



Costruisco



D e' congruente a $\Lambda = F \cdot D \cdot F =$



Forma canonica per
congruenze in \mathbb{R}

PROP- A è congruente
alla sua forma can. per congr.

Segnatura di una matrice
simmetrica reale A :
 $\sigma(A) = (\sigma_+, \sigma_-)$, dove
 σ_+ è la somma delle molteplicità
(alg. = geom.) degli
 σ_- autovalori positivi di A
negativi

COR - $A, B \in M_n(\mathbb{R})$
simmetriche

A congruente a $B \Leftrightarrow \sigma(A) = \sigma(B)$

TEOR (Harriot-Cartesio)
(forma debole, addolcita)

Sia $p(t) = a_0 + a_1 t + \dots + a_n t^n$
un polinomio a coefficienti

reale privo di radici complesse
a parte immaginarie non nulla
(quindi con somma delle moltep-
licità delle radici reali = n)

Chiamo **permanenza** ogni
coppia di coefficienti
consecutivi dello stesso
segno *, **variazione** ogni
coppia di coefficienti con-
secutivi di segno discorde
*. Allora

la somma delle molteplicità delle
radici positive è uguale
al n. di variazioni

la somma delle molteplicità delle
radici negative è uguale
al n. di permanenze

* se ho coefficienti nulli posso assegnare un segno arbitrario.

Una forma quadratica reale $q: V \rightarrow \mathbb{R}$ è detta **definita positiva** se
 $\forall v \in V - \{0_v\} \quad q(v) > 0$

definita negativa se
 $\forall v \in V - \{0_v\} \quad q(v) < 0$

$\mathbb{C} \text{ o } \mathbb{R}$ - q forma quadratica reale con matrice di Gram A
è def. **positiva** $(\Leftrightarrow) \sigma(A) = \begin{pmatrix} n, 0 \\ 0, n \end{pmatrix}$
negativa

Ha anche:

Criterio di Sylvester:

Siano M_1, \dots, M_n minori
principali di A ognuno
ovviato del precedente.

cioè intersezione di
righe e colonne degli
stessi indici

q risulta
def. pos.

\Leftrightarrow

$$|M_1| > 0$$

\vdots

$$|M_n| > 0$$

+
+
+
+
+
+

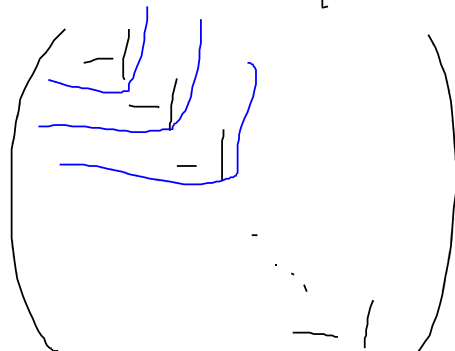
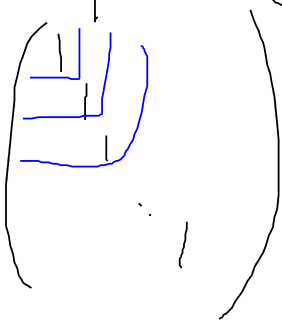
q risulta
def. neg.

\Leftrightarrow

$\forall i$

$$(-1)^i |M_i| > 0$$

-
+
-
...



↑
strettamen-
te!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$M_1 = (1)$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$M_3 = A$$

$$M_1 = (-4)$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$M_3 = A$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$M_1 = (3) \text{ det} > 0$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ det} > 0$$

$$M_3 = A \text{ det} < 0$$