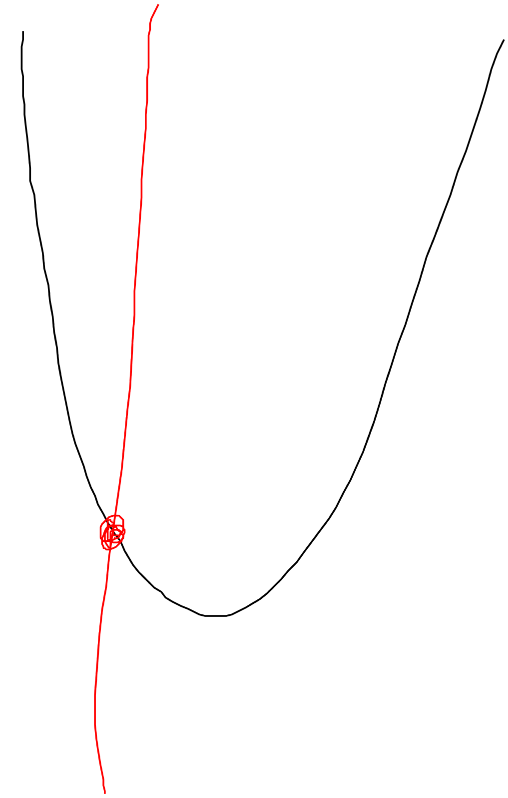
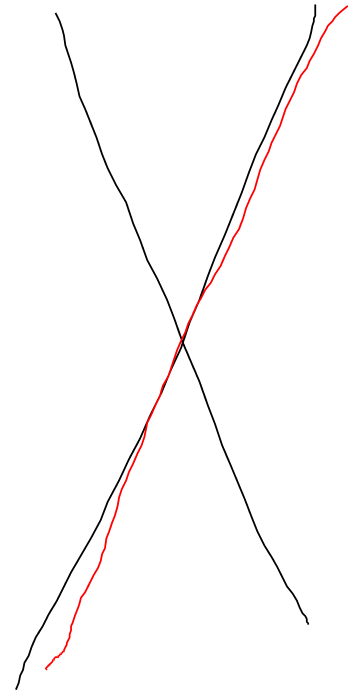
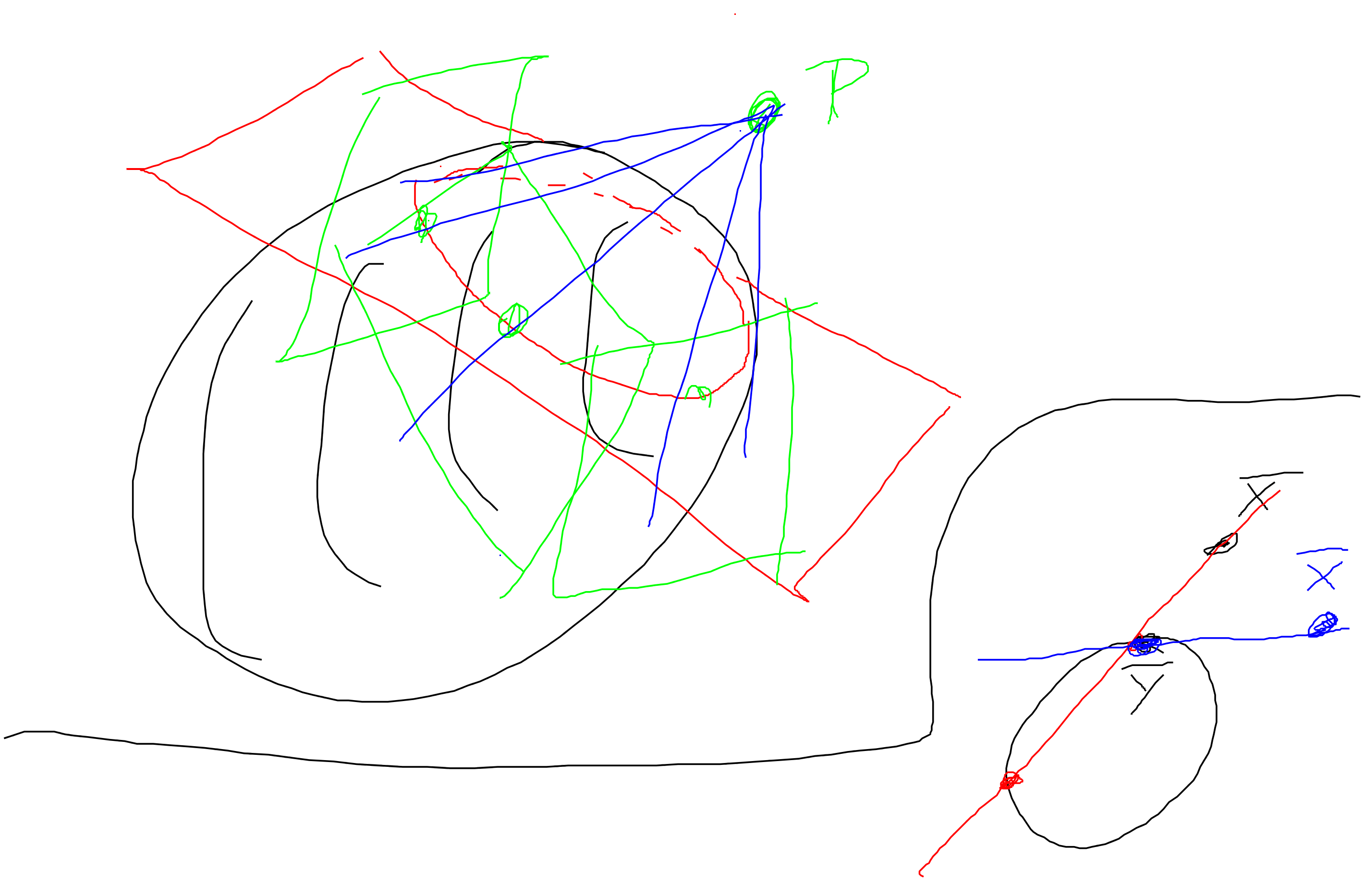





P
X
X
Y

$${}^t\left(\lambda(\overline{X})+\mu(\overline{Y})\right)\cdot A\cdot\left(\lambda(\overline{X})+\mu(\overline{Y})\right)=0$$

$$\lambda^2\,{}^t(\overline{X})\cdot A\cdot(\overline{X})+2\lambda\mu\,{}^t(\overline{X})\cdot A\cdot(\overline{Y})+\mu^2\,{}^t(\overline{Y})\cdot A\cdot(\overline{Y})=0$$

Sia $\overline{Y}\in \mathrm{Im}[f]$

Sia poi $\overline{X}$ tale che la retta $q=\overline{X}\,\overline{Y}$ sia tangente in $\overline{Y}$ a $[f]$.

1) r tangente nel modo 1: $\overline{Y}$ è l'unico punto $q\cap \mathrm{Im}[f]$

$$\lambda^2\,{}^t(\overline{X})\cdot A\cdot(\overline{X})+2\lambda\mu\,{}^t(\overline{X})\cdot A\cdot(\overline{Y})+\mu^2\,\cancel{{}^t(\overline{Y})\cdot A\cdot(\overline{Y})}=0$$

$$\cancel{{}^t(\overline{Y})\cdot A\cdot(\overline{Y})}\;!!\;0$$

$\downarrow$

$$\lambda\left(\mu\, {}^t(\bar{X})A(\bar{X}) + 2\mu\, {}^t(\bar{X})A(\bar{Y})\right) = 0$$

mi dice che $(0,\mu)$ è soluzione. Ma lo sapevo già! Infatti $(0,\mu_{\neq 0})$ corrisponde a $\bar{Y}$.

Siccome $\bar{X} \notin \bar{I}m[f]$, allora ${}^t(\bar{X})A(\bar{X}) \neq 0$. Perciò l'altra soluzione è data da

$$\frac{\lambda}{\mu} = -\frac{2\, {}^t(\bar{X})A(\bar{Y})}{{}^t(\bar{X})A(\bar{X})}$$

Già, ma stiamo assumendo che anche questa soluzione mi dia $\bar{Y}$

Cioè deve venir fuori

$$\frac{\lambda}{\mu} = \boxed{0 = \frac{-2\,\underbrace{\boxed{{}^t(\bar{y})\cdot A\cdot(\bar{x})}}_{=0}}{{}^t(\bar{x})\, A\, (\bar{x})}}$$

2) tangenza di tipo 2: tutta r è contenuta in $Im[f]$

Allora

$$\lambda^2\,{}^t(\bar{x})\cdot A\cdot(\bar{x}) + 2\lambda\mu\,{}^t(\bar{x})\cdot A\cdot(\bar{y}) + \mu^2\,{}^t(\bar{y})\cdot A\cdot(\bar{y}) = 0$$

è un'identità in λ, μ!

Cioè dev'essere soddisfatta da $\forall$ coppia (λ, μ).

Questo accade solo se tutti e tre i coefficienti =

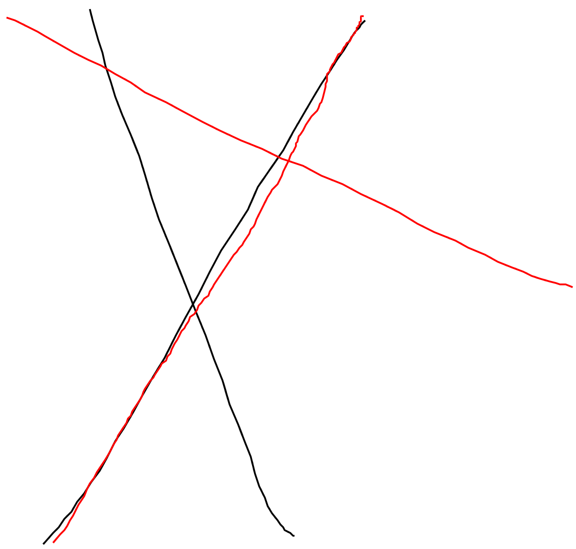
ti dell'eq. sono nulli:

$^t(\bar{X})A(\bar{X})=0$ certo $\bar{X} \in Im[f]$ $\boxed{^t(\bar{Y})A(\bar{X})=0}$ $^t(\bar{Y})A(\bar{Y})=0$ certo $\bar{Y} \in Im[f]$

In entrambi i casi di tangenza deve avere:

$$^t(\bar{Y})A(\bar{X})=0$$

cioè $\bar{X}$ deve essere coniugato ad $\bar{Y}$, ossia $\bar{X} \in \tau(\bar{Y})$



$[f]$ non specializzata

$\overline{Y} \in \mathrm{Im}[f]$ $\quad \Pi = r(\overline{Y})$

$Q =$ $\quad$ iperpiano polare di $\overline{Y}$ risp. a $[f]$

Com'è fatta l'intersez.

$\Pi \cap Q$?

Se $\Pi \cap Q = \{\overline{Y}\}$ abbiamo già finito.

Sia $\Pi \cap Q \supsetneq \{\overline{Y}\}$

Sia $\overline{X} \in \Pi \cap Q$, $\overline{X} \neq \overline{Y}$, dimostro che tutti i punti della retta $r = \overline{X}\,\overline{Y}$ appartengono a $\Pi \cap Q$.

$\bar{x} \in \Pi$, $\bar{y} \in \Pi$, perciò
$r \subset \Pi$

Ora dimostro $r \subset Q$

Cerco l'intersezione
$r \cap Q$:

$$^t(\lambda(\bar{x}) + \mu(\bar{y})) \cdot A \cdot (\lambda(\bar{x}) + \mu(\bar{y})) = 0$$

$$\lambda^2 \underbrace{{}^t(\bar{x}) \cdot A \cdot (\bar{x})}_{= 0 \text{ perché } \bar{x} \in Q} + 2\lambda\mu \underbrace{{}^t(\bar{x}) \cdot A \cdot (\bar{y})}_{= 0 \text{ perché } \bar{x} \in \tau(\bar{y})} + \mu^2 \underbrace{{}^t(\bar{y}) \cdot A \cdot (\bar{y})}_{= 0 \text{ perché } \bar{y} \in Q} = 0$$

ma allora questa è un'identità, cioè ogni coppia (a, n) la soddisfa, perciò tutta la retta r è contenuta in Q.

Dunque $r \subset \Pi \cap Q$