

$$A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$A_{00} = (-1)^{0+0} |M_{00}| = |M_{00}|$$

A rappresenta la conica C

M_{00} rappresenta la sua parte impropria C_{∞}

$$C: \cancel{a_{00}X_0^2} + 2a_{01}X_0X_1 + 2a_{02}X_0X_2 + a_{11}X_1^2 + 2a_{12}X_1X_2 + a_{22}X_2^2 = 0$$

$$C_{\infty}: X_0 = 0$$

$$C_{\infty}: \begin{cases} a_{11}X_1^2 + 2a_{12}X_1X_2 + a_{22}X_2^2 = 0 \\ X_0 = 0 \end{cases}$$

Risolvere in $\frac{X_1}{X_2}$ (dividendo per X_2^2)

$$a_{11} \left(\frac{x_1}{x_2} \right)^2 + 2a_{12} \left(\frac{x_1}{x_2} \right) + a_{22} = 0$$

Ha un solo punto: $\frac{\Delta}{4} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{4} &= a_{12}^2 - a_{11} a_{22} = a_{12} a_{21} - a_{11} a_{22} = \\ &= -|M_{00}| = -A_{00} \end{aligned}$$

Un punto solo: $A_{00} = 0$

Due punti: $\Delta > 0 \Leftrightarrow A_{00} < 0$

Zero punti: $\Delta < 0 \Leftrightarrow A_{00} > 0$

Nel pol. car. di una 2×2
(nel nostro caso M_{00})
il termine noto è il
det, ed è anche il
prodotto delle radici, cioè
degli autovalori.

Perciò: $\det = 0 \Rightarrow$ cioè un
autovalore $= 0$
 $\sigma = (1, 0) \text{ o } (0, 1)$

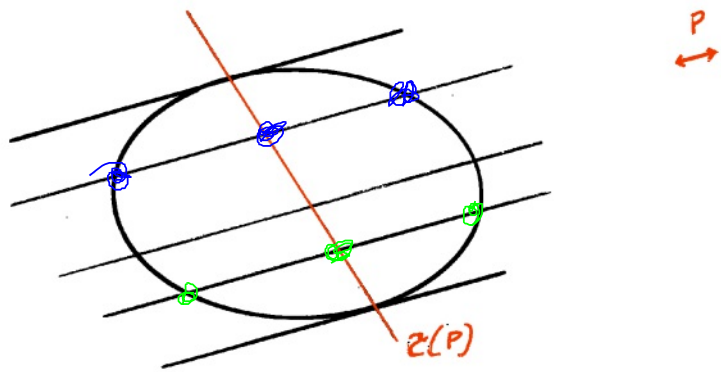
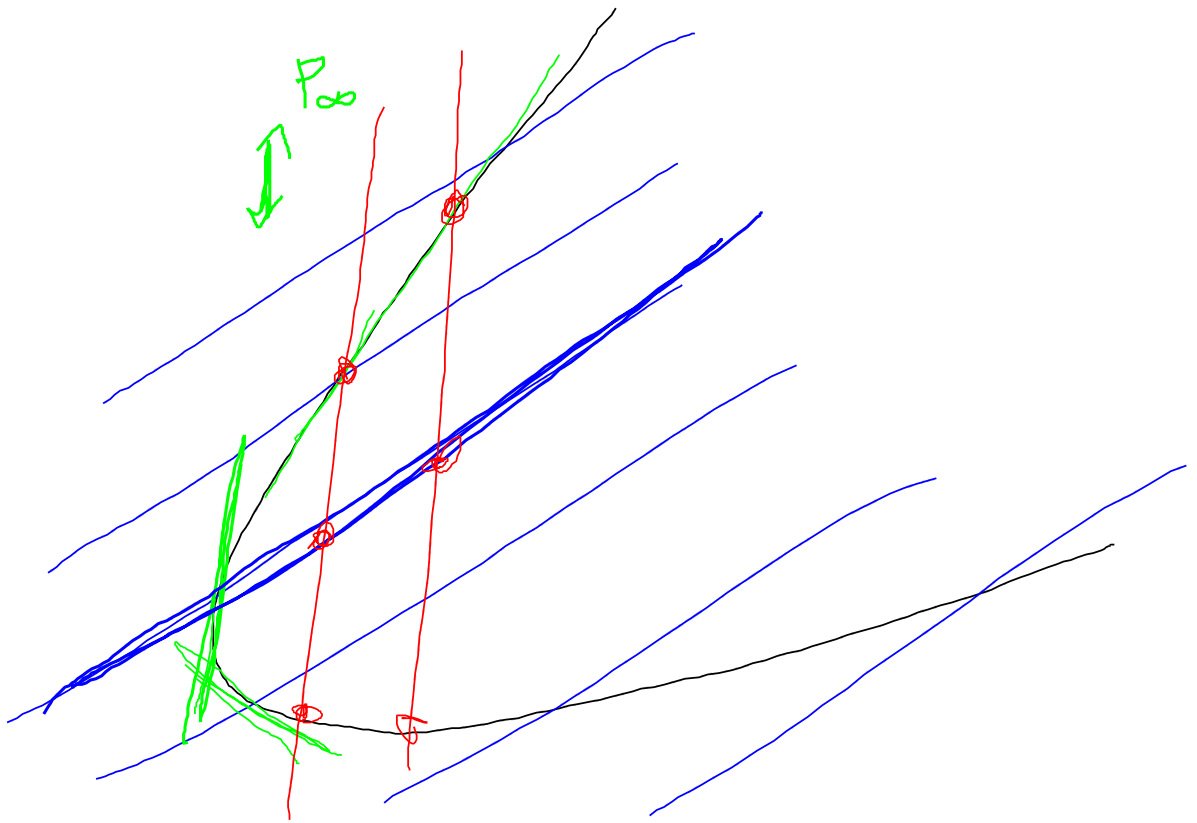
$\det > 0 \Rightarrow$ gli autovalori
 $\sigma = (2, 0) \text{ o } (0, 2)$ sono $\neq 0$ e
dello stesso
segno

$\det < 0 \Rightarrow$ gli autovalori
sono $\neq 0$
e di segni
opposti

Q iperparaboloide:
il centro è un punto
improprio C_∞ ; sia
 P_∞ un punto improprio
 $\neq C_\infty$; sia $\Pi = \mathcal{C}(P_\infty)$

L'iperp. polare di C_∞ (che
è l'iperpiano improprio Π_∞)
passa per P_∞ . Per il teor.
di reciprocità, Π passa
per C_∞ . Perciò tutti gli
iperpiani diametrali

hanno in comune la dire-
zione rappresentata da C_∞



Verificare che
 $x^2 + 6xy - 6x - 24y + 1 = 0$
 è un'iperbole e trovarne
 gli asintoti.

moltiplica per X_0^2 $x = \frac{X_1}{X_0}$
 $y = \frac{X_2}{X_0}$

~~X₀²~~

$$\left(\frac{X_1}{X_0}\right)^2 + 6 \frac{X_1 X_2}{X_0 X_0} - 6 \frac{X_1}{X_0} - 24 \frac{X_2}{X_0} + 1 = 0$$

$$X_1^2 + 6 X_1 X_2 - 6 X_0 X_1 - 24 X_0 X_2 + X_0^2 = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -12 \\ -3 & 1 & 3 \\ -12 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} -11 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \\ -12 & 3 & 0 \end{vmatrix} = -3 \begin{vmatrix} -11 & 1 \\ -12 & 3 \end{vmatrix} = -3(-33 + 12) \neq 0$$

non deg.

$$A_{00} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 9 = -9 < 0$$

iperbole