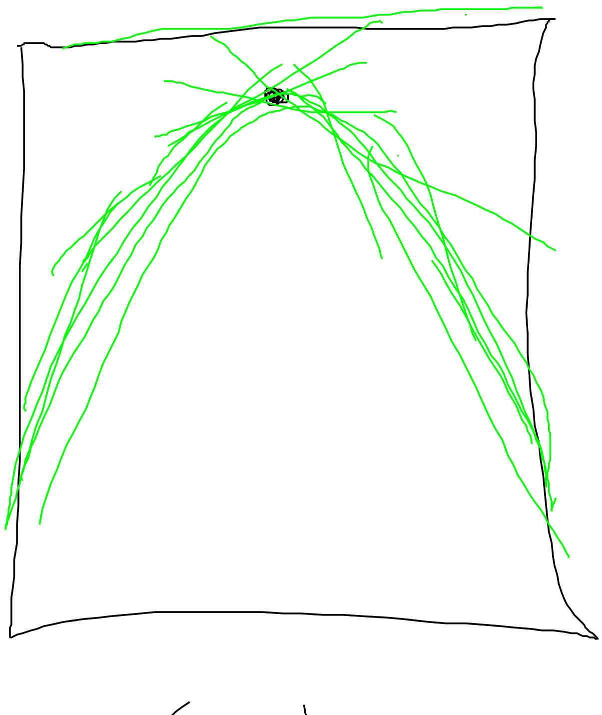

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & (\alpha+1) & 12 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (\alpha+1) & 12 \\ 1 & 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \alpha \end{vmatrix} = \alpha + 144$$

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$$

$$g(x) = b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_m$$

dati

$\exists$ radici comuni $\Longleftrightarrow$ MCD è almeno di 1° grado: $D(x)$

$$\frac{f(x)}{D(x)} = P(x) \qquad \frac{g(x)}{D(x)} = Q(x)$$

$P(x)$: gr $\leq n-1$ $\qquad$ $Q(x)$: gr $< n-1$

$$\frac{\frac{f(x)}{\cancel{D(x)}}}{\frac{g(x)}{\cancel{D(x)}}} = \frac{P(x)}{Q(x)}$$

$$f(x)Q(x) - g(x)P(x) = 0$$

$$P(x) = p_0 x^{n-1} + p_1 x^{n-2} + \dots + p_{n-1}$$

$$Q(x) = q_0 x^{n-1} + q_1 x^{n-2} + \dots + q_{n-1}$$

incognite

Sono uguali i coefficienti dei singoli termini di $f(x)Q(x)$ e di $g(x)P(x)$

$\Downarrow$

$$\begin{cases} a_0 q_0 - b_0 p_0 = 0 \\ a_1 q_0 + a_0 q_1 - b_1 p_0 - b_0 p_1 = 0 \\ a_2 q_0 + a_1 q_1 + a_0 q_2 - b_2 p_0 - b_1 p_1 - b_0 p_2 = 0 \\ \text{- - - - -} \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} a_0 & 0 & \text{—} & & -b_0 & 0 & \text{——} & \\ a_1 & a_0 & 0 & \text{——} & -b_1 & -b_0 & 0 & \text{——} \\ a_2 & a_1 & a_0 & 0\text{——} & -b_2 & -b_1 & -b_0 & 0\text{——} \\ & \text{—} & \text{—} & \text{—} & & & & \end{vmatrix} = 0$$

$$x^4 - 2x^3 - x^2 + 4x - 2 = f(x)$$

$$f'(x) = 4x^3 - 6x^2 - 2x + 4 = 2(2x^3 - 3x^2 - x + 2)$$

$$\varphi(x) = 4f(x) - x f'(x) =$$

$$= 4x^4 - 8x^3 - 4x^2 + 16x - 8 +$$

$$-4x^4 + 6x^3 + 2x^2 - 4x =$$

$$= // \quad -2x^3 - 2x^2 + 12x - 8 =$$

$$= -2(x^3 + x^2 - 6x + 4)$$

Calcolo il risultante di

$2x^3 - 3x^2 - x + 2$ e di

$x^3 + x^2 - 6x + 4$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
2x^3 & -3x^2 & -x & +2 & x^3 + x^2 - 6x + 4 \\
\cline{5-5}
-2x^3 & -2x^2 & +12x & -8 & 2 \\
\hline
// & -5x^2 & +11x & -6 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
x^3 & + x^2 & - 6x & + 4 & -5x^2 + 11x - 6 \\
\cline{5-5}
-x^3 & + \frac{11}{5}x^2 & - \frac{6}{5}x & & -\frac{x}{5} - \frac{16}{25} \\
\hline
// & \frac{16}{5}x^2 & - \frac{36}{5}x & + 4 & \\
 & -\frac{16}{5}x^2 & + \frac{176}{25}x & - \frac{96}{25} & \\
\hline
 & // & -\frac{4}{25}x & + \frac{4}{25} &
\end{array}
$$

$x - 1$

$$
\begin{array}{rrr|l}
-5x^2 & + 11x & - 6 & x - 1 \\
\cline{4-4}
+5x^2 & - 5x & & -5x + 6 \\
\hline
// & 6x & - 6 & \\
 & -6x & + 6 & \\
\hline
 & & 0 &
\end{array}
$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f'(x) = 2ax + b$$

$$\varphi(x) = 2ax^2 + 2bx + 2c - 2ax^2 - bx =$$

$$= bx + 2c$$

Calcola il risultante di $2ax + b$ e $bx + 2c$ che mi darà il discriminante di $f(x) = 0$

$$\begin{vmatrix} 2a & b \\ b & 2c \end{vmatrix} = 4ac - b^2$$

$f(x,y)$ si dice omogenea di grado n di omogeneità se $\forall t \in \mathbb{R}$ vale

$$f(tx,ty)=t^n f(x,y)$$

$O \equiv (0,0) \in C : f(x,y)=0$

$$f(0,0)=f(0\cdot 1, 0\cdot 1)=0^n f(1,1)=0$$

Sia $\bar{P}\equiv(\bar{x},\bar{y}) \in C \quad (\bar{x},\bar{y})\neq(0,0)$

Il generico punto della retta $O\bar{P}$ è $(t\bar{x},t\bar{y})$

ma $f(t\bar{x},t\bar{y})=t^n f(\bar{x},\bar{y})=$

$=t^n \cdot 0=0$

Sia $\bar{P}\in C : f(x)=0$

$\equiv(\bar{x},\bar{y})$

Quindi $f(\bar{x}) = 0$

Il generico punto della retta per $\bar{P}$, parallela all'asse y è $P_t = (\bar{x}, t)$

ma poiché $f(\bar{x}) = 0$, anche $P_t \in C$