Come rilevare se una data curva dello spazio è piana o sghemba.

Generico piano:

$$\pi : ax+by+cz+d = 0 \quad = F(x, y, z)$$

$$C : \begin{cases} x = f(u) \\ y = \varphi(u) \\ z = \psi(u) \end{cases}$$

$$\Phi(u) = F(f(u), \varphi(u), \psi(u))$$

$\Phi(u) = 0$ è l'equazione le cui soluzioni sono i valori di u in corrispondenza dei quali abbiamo punti d'intersezione $\Pi \cap C$

Π contiene $C \iff \Phi(u) = 0$ è un'identità

Perciò se troviamo una quaterna (a,b,c,d) con $(a,b,c) \neq (0,0,0)$ per cui $f(u) = 0$ è un'identità, abbiamo trovato il piano contenente C. Altrimenti tale piano non esiste e la curva è sghemba.

Es. 1 e.

$$\begin{cases} x = u \\ y = u^2 \\ z = u^3 \end{cases}$$

Π, $ax + by + cz + d = 0$

$F(x, y, z) =$

$\Phi(u) = a \cdot u + b u^2 + c u^3 + d = 0$

questo polinomio in u è

identicamente nullo

$\Longleftrightarrow$ i coefficienti delle potenze di u sono nulli

$cu^3 + bu^2 + au + d$

è identicamente nullo

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ b = 0 \\ a = 0 \\ d = 0 \end{cases}$$

Perciò

$\mathcal{C}$ è sghemba

$$\begin{vmatrix} (x-\bar{x}) & (y-\bar{y}) & (z-\bar{z}) \\ 1 & 0 & F'_u \\ 0 & 1 & F'_v \end{vmatrix} = 0$$

$$\Sigma: \begin{cases} x = u \\ y = v \\ z = F(u,v) \end{cases}$$

$$(x-\bar{x})(-F'_u) - (y-\bar{y})F'_v + (z-z') = 0$$

$$z - z' = (x-\bar{x})F'_u + (y-\bar{y})F'_v$$

Es. 12 $\qquad \Sigma : x^4 - y^2 - z^2 = 0$

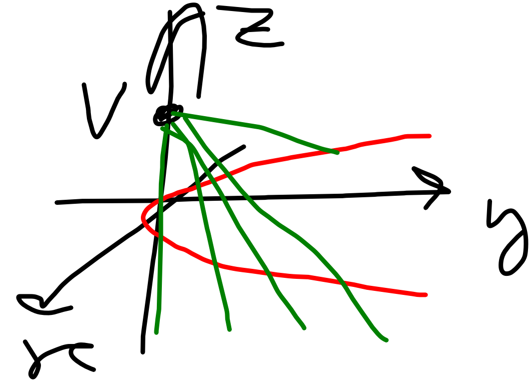
$F = x^4 - y^2 - z^2$

Π piano tang. a Σ in $P \equiv (3, 9, 0)$

	in P
$F_x = 4x^3$	108
$F_y = -2y$	-18
$F_z = -2z$	0

$\Pi : 108(x-3) - 18(y-9) = 0$

Es 10b $\mathcal{C}: \begin{cases} z = 0 \\ y = x^2 \end{cases}$



Cono con direttrice

$\mathcal{C}$ e vertice $V \equiv (0,0,1)$

$P_\alpha \equiv (\alpha, \alpha^2, 0)$ $r_\alpha : V P_\alpha$, $\dfrac{x-0}{\alpha-0} = \dfrac{y-0}{\alpha^2-0} = \dfrac{z-1}{0-1} = \beta$

$\in \mathcal{C}$

$$\boxed{\begin{cases} x = \beta\alpha \\ y = \beta\alpha^2 \\ z = 1-\beta \end{cases}}$$

$$\boxed{\begin{cases} x = \beta\alpha \\ y = \beta\alpha^2 \\ z = 1-\beta \end{cases}}$$

$$\begin{cases} x = \beta\alpha \\ y = \beta\alpha^2 \\ \beta = 1-z \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \alpha(1-z) \\ y = \alpha^2(1-z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{x}{1-z} \\ y = \alpha^2(1-z) \end{cases}$$

$$y = \frac{x^2}{(1-z)^{\cancel{2}}}\cancel{(1-z)}$$

$$(1-z)y - x^2 = 0$$

Es 10 c $\quad \mathcal{C}: \begin{cases} z = 0 \\ y = x^2 \end{cases} \quad P_\alpha = (\alpha, \alpha^2, 0)$

Cilindro avente direttrice $\mathcal{C}$ e generatrici $\parallel r$, $r: \begin{cases} x = 2y \\ z = y - 1 \end{cases}$

$(l, m, n) \sim (2, 1, 1)$

$r_\alpha = P_\alpha R_\infty \quad \dfrac{x - \alpha}{2} = \dfrac{y - \alpha^2}{1} = \dfrac{z - 0}{1} = \beta$

$$\begin{cases} x = \alpha + 2\beta \\ y = \alpha^2 + \beta \\ z = \beta \end{cases}$$

$$\boxed{\begin{cases} x = \alpha + 2\beta \\ y = \alpha^2 + \beta \\ z = \beta \end{cases}}$$

$$\begin{cases} x = \alpha + 2z \\ y = \alpha^2 + z \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = x - 2z \\ y = \alpha^2 + z \end{cases}$$

$$y = (x - 2z)^2 + z$$

Es 10 a

$$C: \begin{cases} z=0 \\ y=x^2 \end{cases}$$ $f(x,y)=0$

Sup. di rot attorno all'asse

y

$$x^2-y=0$$

$$\left(\pm\sqrt{x^2+z^2}\right)^2-y=0$$

$$x^2+z^2-y=0$$

Sup. di rot. attorno all'asse x

$$x^2 - y = 0$$

$$x^2 - \left(\pm\sqrt{y^2+z^2}\right) = 0$$

$$x^2 = \pm\sqrt{y^2+z^2}$$

$$x^4 = y^2 + z^2$$