Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di iperboli aventi la retta $r: x+y=0$ come asintoto, l'altro asintoto parallelo alla retta $s: x-2y+1=0$ e passanti per $D\equiv(4,0)$.

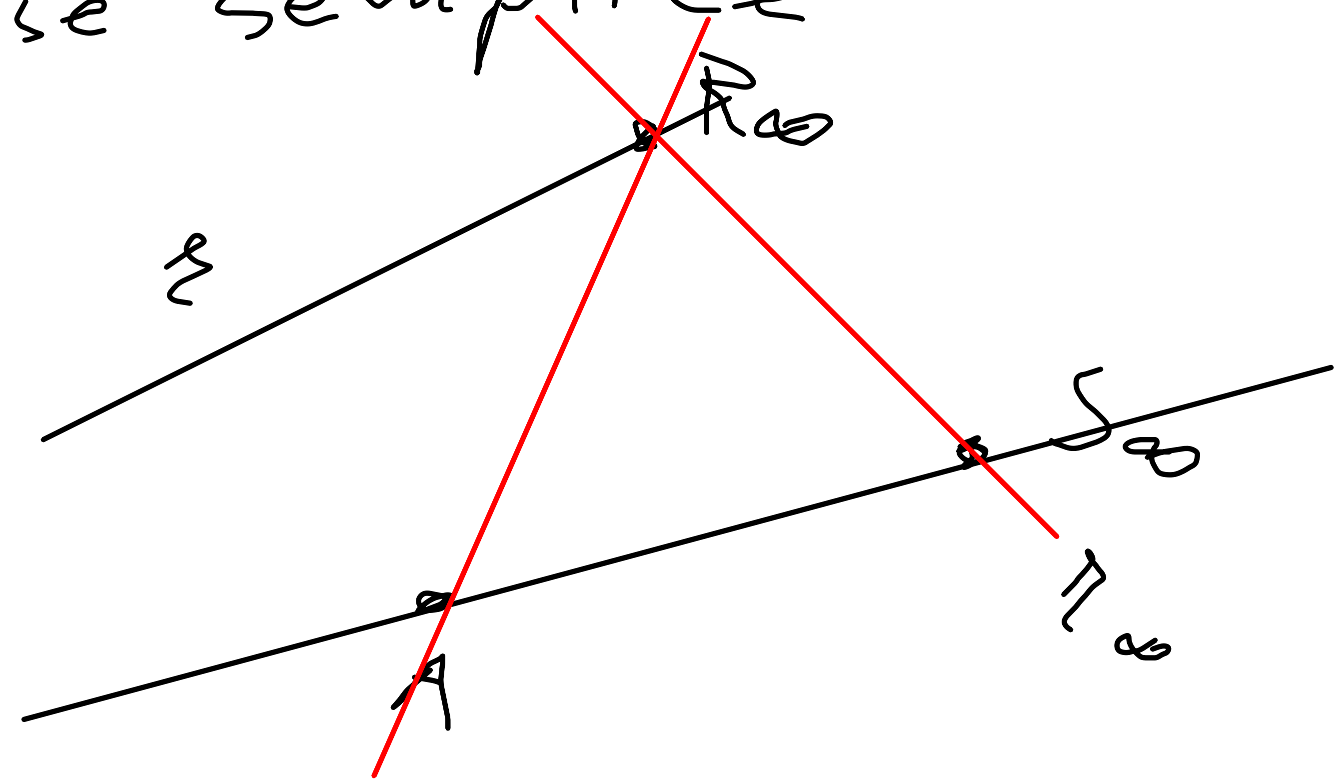
Trovare il fascio $\mathcal{F}$ di coniche passanti per i punti d'intersezione fra $\Gamma: x^2-4y^2-4=0$ e le rette $r: x-y-1=0$ ed $s: y-2x=0$

asintoto $r: x+y=0$ altra as $\parallel$ $s: x-2y+1=0$

$A \equiv (4,0)$

$R_\infty \equiv (0,1,-1)$ punto base doppio

$S_\infty \equiv (0,2,1)$ p. base semplice



$\Gamma_1 = r \cup AS_\infty$

$\Gamma_1 = AR_\infty \cup r_\infty$

$AR_\infty : \dfrac{x-4}{1} = \dfrac{y-0}{-1}$

$AS_\infty : \dfrac{x-4}{2} = \dfrac{y-0}{1}$

$\Gamma: x^2-4y^2-4=0 \qquad r: x-y-1=0 \qquad s: y-2x=0$

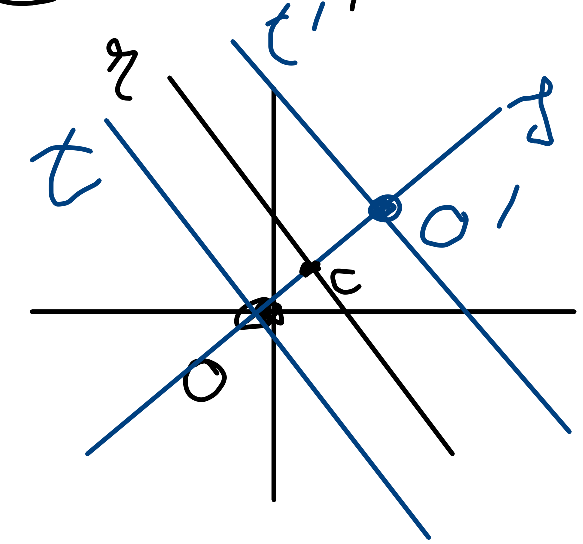
$\Gamma_1=\Gamma \qquad \Gamma_2: r\cup s \qquad \mathcal{F}: \alpha(x^2-4y^2-4)+\beta(x-y-1)(y-2x)=0$

Es 1 fascio $\mathcal{F}$ di coniche a centro aventi asse $r: 2x+y-2=0$ e un vertice in $O\equiv(0,0)$.

Secondo asse: retta s per O, $\perp r$ $\quad s: \dfrac{x-0}{2}=\dfrac{y-0}{1} \quad x-2y=0$

Tangente t in O: $2(x-0)+1(y-0)=0$

$2x+y=0$



Centro $C=r\cap s$: $\begin{cases}2x+y-2=0\\ x-2y=0\end{cases}$ $\begin{cases}x-2y=0\\ 5y=2\end{cases}$ $\begin{cases}x=\frac{4}{5}\\ y=\frac{2}{5}\end{cases}$

$\dfrac{O+O'}{2}=\left(\frac{4}{5},\frac{2}{5}\right) \quad O'=\left(\frac{8}{5},\frac{4}{5}\right)-(0,0)=\left(\frac{8}{5},\frac{4}{5}\right)$

Tang. t' in O': $2\left(x-\frac{8}{5}\right)+1\left(y-\frac{4}{5}\right)=0 \quad t': 2x+y-4=0$

$\Gamma_1 = t \cup t'$ $\quad \Gamma_2 = s$ cont. 2 volte

$\mathcal{F}: \alpha(2x+y)(2x+y-4) + \beta(x-2y)^2 = 0$

Trovare la conica di $\mathcal{F}$ rispetto a cui sono coniugati

Y_∞ e $A = (0,1)$

$\quad (1,0,1)$

$(0,0,1)$

$\mathcal{F}: \alpha(4x^2+y^2+4xy-8x-4y) + \beta(x^2+4y^2-4xy) = 0$

Scelgo $\beta = 1$

$\alpha = 4$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -4\alpha & -2\alpha \\ -4\alpha & (4\alpha+\beta) & (2\alpha-2\beta) \\ -2\alpha & (2\alpha-2\beta) & (\alpha+4\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$(0\,0\,1)$

$$\begin{pmatrix} -2\alpha & (2\alpha-2\beta) & (\alpha+4\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

$-2\alpha + \alpha + 4\beta = 0$

$\alpha = 4\beta$

Es. 2 Trovare Γ parabola tale che i) $V \equiv (0,1)$ è vertice

ii) $d: y = 2x - 2$ ($2x - y - 2 = 0$) è un diametro, iii) d è il diametro coniugato alla direzione dell'asse x.

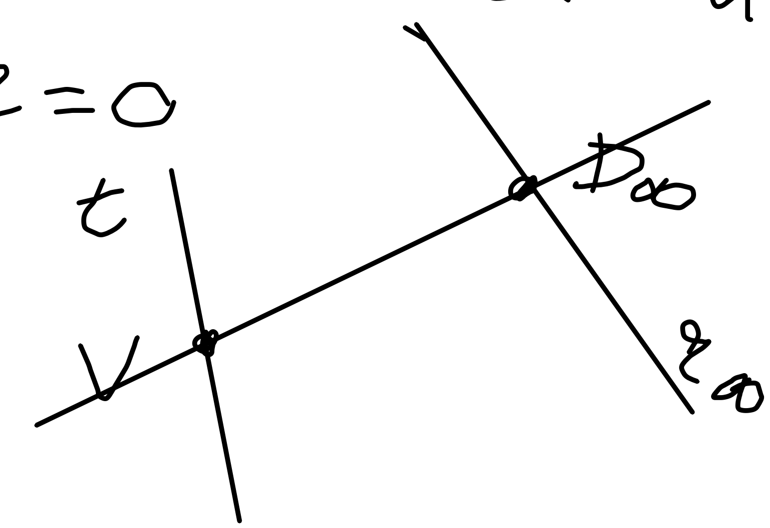
Prima di tutto trova il fascio $\mathcal{F}$ di parabole soddisfacenti i) e ii).

$D_\infty \equiv (0,1,2)$ è il punto di tangenza delle coniche di $\mathcal{F}$ con r_∞. La tangente t in V alle coniche di $\mathcal{F}$ è $\perp d$

$t: \dfrac{x-0}{2} = \dfrac{y-1}{-1}$ $\quad 2x + y - 2 = 0$

$VD_\infty: \dfrac{x-0}{1} = \dfrac{y-1}{2}$ $\quad 2x - y + 1 = 0$

$\Gamma_1 = t \cup r_\infty$ $\quad \Gamma_2 = VD_\infty$ contata due volte



$7: \underset{k}{\alpha}(X_1 - 2X_2 - 2X_0)X_0 + \underset{1}{\beta}(2X_1 - X_2 + X_0)^2 = 0$

uso $k = \dfrac{\alpha}{\beta}$

$m \geq n$ numeri naturali

$\exists\, q, r$ naturali, con $r < n$, tali che

$$m = n \cdot q + r$$

$m, n \in \mathbb{Z}$ $\quad |m| \geq |n|$

$\exists\, q, r \in \mathbb{Z}$, con $|r| < |n|$, t.c.

$$m = nq + r$$

$m, n \in \mathbb{K}[x]$ $\quad gr(m) \geq \cancel{g}(n)$

$\exists\, q, r \in \mathbb{K}[x]$, con $gr(r) < gr(n)$, t.c.

$$m = nq + r$$

polinomi m, n $gr(m) > gr(n)$

n è divisore di m, m è multiplo di n, m è divisibile per n

se r è il polinomio nullo.

Divisori banali:

in $\mathbb{N}$ m è divisibile per 1, m

in $\mathbb{Z}$ m è divisibile per ± 1, $\pm m$

in $\mathbb{K}[x]$ m è divisibile per $\alpha \neq 0$, αm
$\neq 0$

costante non nulla

Un intero si dice **primo** se è $\neq 1$ e ha solo divisori banali

Un polinomio si dice **irriducibile** se è $\neq 1$ e ha solo divisori banali.

TEOR - Dato $n \in \mathbb{Z}$ $\exists!$ scomposizione

$$n = \underset{\pm 1}{\alpha}\, \underbrace{p_1^{\varepsilon_1} \cdots p_k^{\varepsilon_k}}_{\text{primi positivi}}$$

TEOR - Dato $n \in \mathbb{K}[x]$ $\exists!$ scomposizione $n = \underset{\substack{\text{costante} \\ \neq 0}}{\alpha}\, \underbrace{p_1^{\varepsilon_1} \cdots p_k^{\varepsilon_k}}_{\text{irriducibili monici}}$

$m, n \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{K}[x]$ Definisco (nello stesso ambiente algebrico) d un massimo comun divisore (MCD) di m ed n se:

1) d è divisore di m e di n

2) se d' è divisore di m e di n, allora d' è divisore di d.

Procedimento euclideo per trovare un MCD

$m = n q_1 + r_1$

$n = r_1 q_2 + r_2$

$r_1 = r_2 q_3 + r_3$

$\vdots$

$r_{h-2} = r_{h-1} q_h + r_h$

$r_{h-1} = r_h q_{h+1}$

$d = r_h$

r_h divide n e r_1 $\Longrightarrow$ r_h divide m ed n

$\Uparrow$

r_h divide r_2 e r_1

$\Uparrow$

r_h divide r_{h-1} e r_{h-2}

$\Uparrow$

r_h divide r_h e r_{h-1}

d' divide m ed n

$\Downarrow$

$m - n q_1 = r_1$

d' divide n ed r_1

$\Downarrow$

$\vdots$

$\Downarrow$

d' divide r_{h-2} e r_{h-1}

$\Downarrow$

d' divide r_h

2499 | 1617
882 | 1

1617 | 882
735 | 1

882 | 735
147 | 1

735 | 147
5

$$x^3 + 15x^2 + 71x + 105$$
$$-x^3 - 9x^2 - 26x - 24$$
$$// \quad 6x^2 + 45x + 81$$

$$x^3 + 9x^2 + 26x + 24$$
$$-x^3 - \frac{\cancelto{15}{45}}{\cancelto{2}{6}}x^2 - \frac{\cancelto{27}{81}}{\cancelto{2}{6}}x$$
$$// \quad \frac{3}{2}x^2 + \frac{25}{2}x + 24$$
$$-\frac{3}{2}x^2 - \frac{45}{4}x - \frac{81}{4}$$
$$// \quad \frac{5}{4}x + \frac{15}{4} \sim x + 3$$

$$x^3 + 9x^2 + 26x + 24 \;\big|\; 1$$

$$6x^2 + 45x + 81 \;\big|\; \frac{x}{6} + \frac{1}{4}$$

$$6x^2 + 45x + 81 \;\big|\; x + 3$$
$$ \;\big|\; 6x + 27$$
$$-6x^2 - 18x$$
$$// \quad 27x + 81$$
$$-27x - 81$$
$$//$$