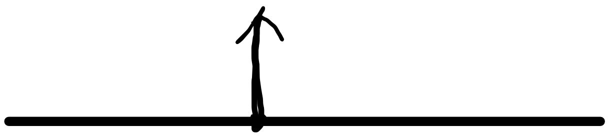
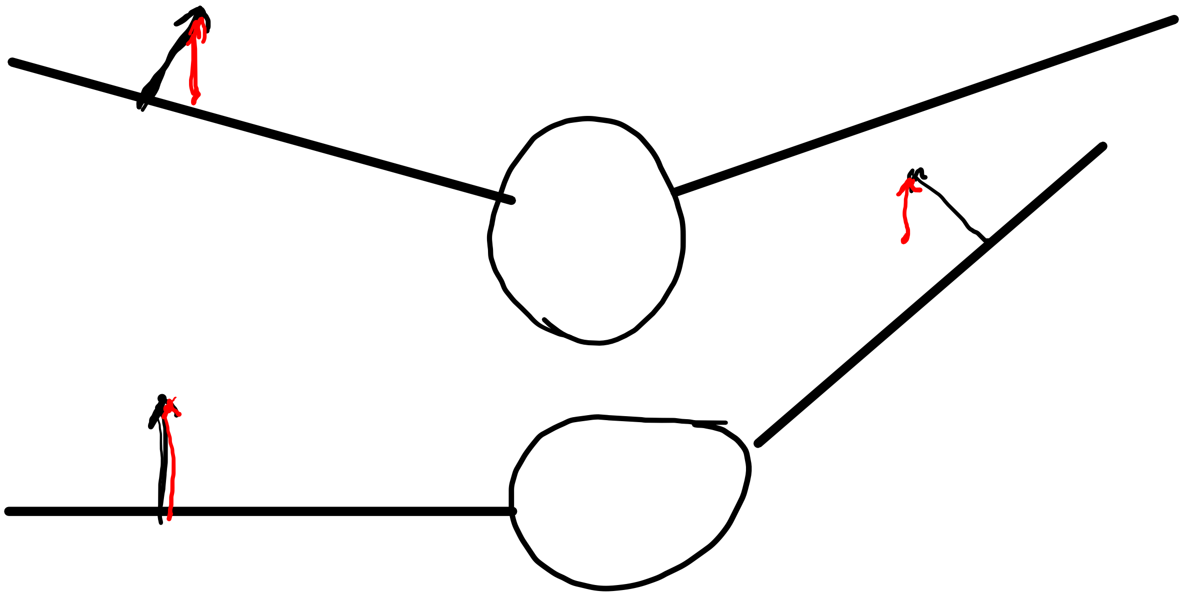
$$\frac{-9y(y-1)^2}{(3y+1)^2} = 0$$





9/1/'09 Es. 2a, b

$$C: \begin{cases} x = \alpha \\ y = 2e^{\alpha} \\ z = e^{\alpha} \end{cases} \qquad P_{\alpha} = (\alpha, 2e^{\alpha}, e^{\alpha})$$

a) piano osc. in ogni punto

b) C è piana? Se sì, trovare il piano che la contiene.

P. osc. in P_{α}

$$\begin{vmatrix} (x-\alpha) & (y-2e^{\alpha}) & (z-e^{\alpha}) \\ 1 & 2e^{\alpha} & e^{\alpha} \\ 0 & 2e^{\alpha} & e^{\alpha} \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} (x-\alpha) & (y-2e^{\alpha}) & (z-e^{\alpha}) \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2e^{\alpha} & e^{\alpha} \end{vmatrix} = 0$$

$$2e^{\alpha}(z-e^{\alpha}) - e^{\alpha}(y-2e^{\alpha}) = 0$$

$$e^{\alpha}\cdot(2z - \cancel{2e^{\alpha}} - y + \cancel{2e^{\alpha}}) = 0$$

tutti coincidono con $2z - y = 0$

$$C: \begin{cases} x = u \\ y = u^2 \\ z = u^3 \end{cases}$$

Triedro principale in $O \equiv (0,0,0)$ $\quad u = 0$

tangente $t: \cancel{\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{0} = \dfrac{z}{0}}$ $\qquad t: \begin{cases} y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$

piano osculatore Π_0 : $\begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \qquad 2z = 0 \qquad z = 0$

piano normale Π_n : $1(x-0) + 0(y-0) + 0(z-0) = 0 \qquad x = 0$

norm. principale $n: \begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ $\quad (l, m, n) \sim (0, 1, 0)$

piano rettificante Π_2 : $0(x-0) + 1(y-0) + 0(z-0) = 0 \qquad y = 0$

binormale: $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

$\vec{t}$ versore della tangente

$\vec{n}$ versore della normale principale

$\vec{b}$ versore della binormale

$\varkappa$ flessione

τ torsione

$$\begin{pmatrix} \vec{t}\,' \\ \vec{n}\,' \\ \vec{b}\,' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \varkappa & 0 \\ -\varkappa & 0 & -\tau \\ 0 & \tau & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \vec{t} \\ \vec{n} \\ \vec{b} \end{pmatrix}$$

Curva C dello spazio, P suo punto semplice ordinario.
Circonferenza osculatrice: intersezione del piano osculatore con una sfera osculatrice

Abbiamo ∞ sfere osculatrici, i cui centri stanno sulla retta normale al piano osculatore, per il centro della circonferenza osculatrice.

$$C: \begin{cases} x = u \\ y = u^2 \\ z = u^3 \end{cases} \quad O = (0,0,0) \quad u = 0$$

piano osculatore $z = 0$

Generica sfera: $F(x,y,z) = x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$

$$\Phi(u) = u^2+u^4+u^6+au+bu^2+cu^3+d$$

$$\Phi'(u) = 2u+4u^3+6u^5+a+2bu+3cu^2$$

$$\Phi''(u) = 2+12u^2+30u^4+2b+6cu$$

$$\begin{cases} u = 0 \\ d = 0 \\ a = 0 \\ 2b+2=0 \end{cases}$$

$S_c: x^2+y^2+z^2-y+cz=0$ Centro $C_c = \left(0, \frac{1}{2}, -\frac{c}{2}\right)$

Raggio $R_c = \sqrt{\left(\frac{1}{2}-0\right)^2+\left(-\frac{c}{2}-0\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{c^2}{4}} = \frac{1}{2}\sqrt{1+c^2}$

Impongo a C_c di appartenere al piano osculatore: $\left(0, +\frac{1}{2}, -\frac{c}{2}\right) \in (z=0) \Rightarrow c=0$

$$R_0 = \frac{1}{2} \qquad \text{curvatura } \varkappa = 2$$

In tal caso il raggio della sfera osculatrice è uguale al raggio della circonferenza osculatrice.