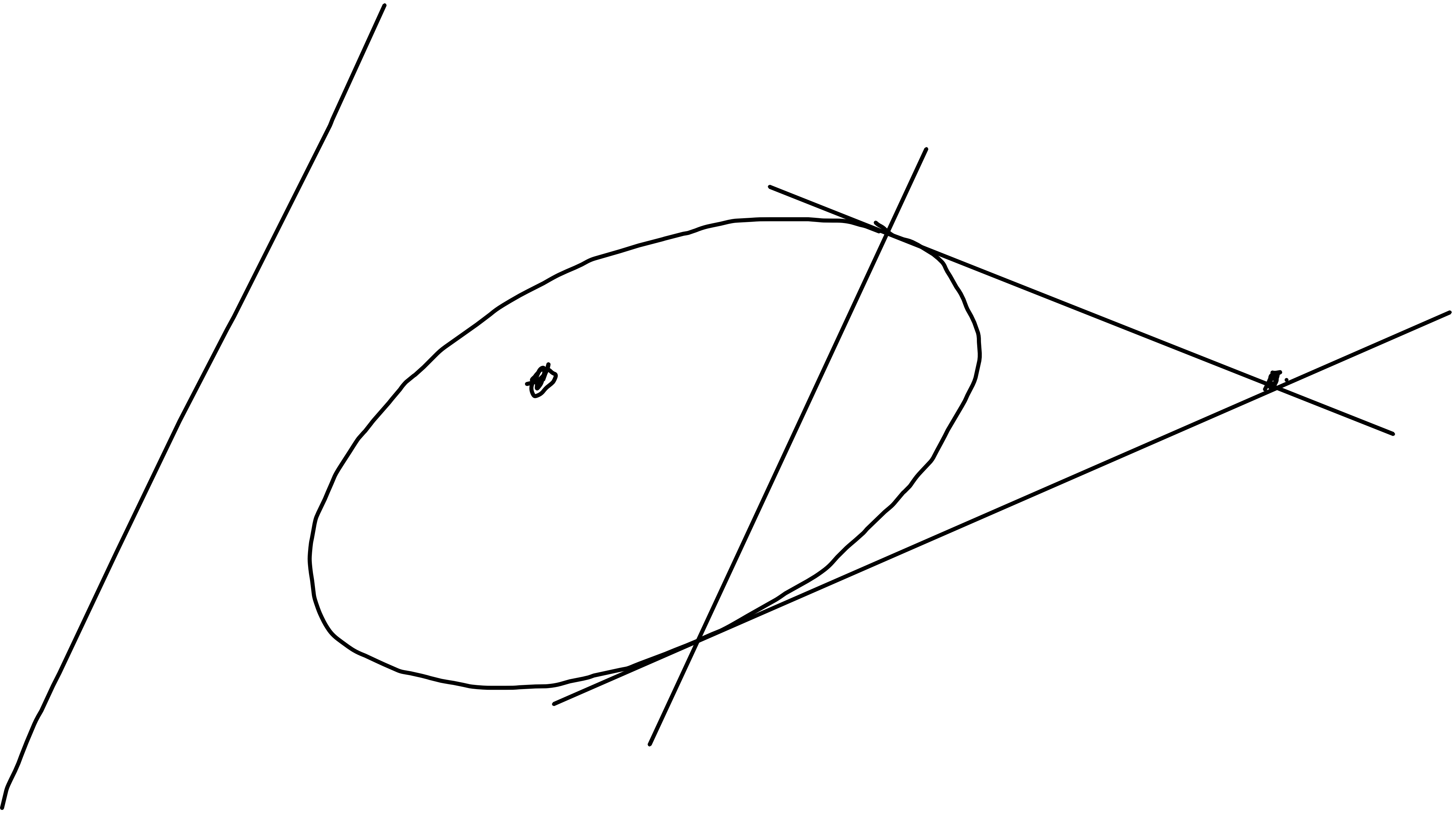
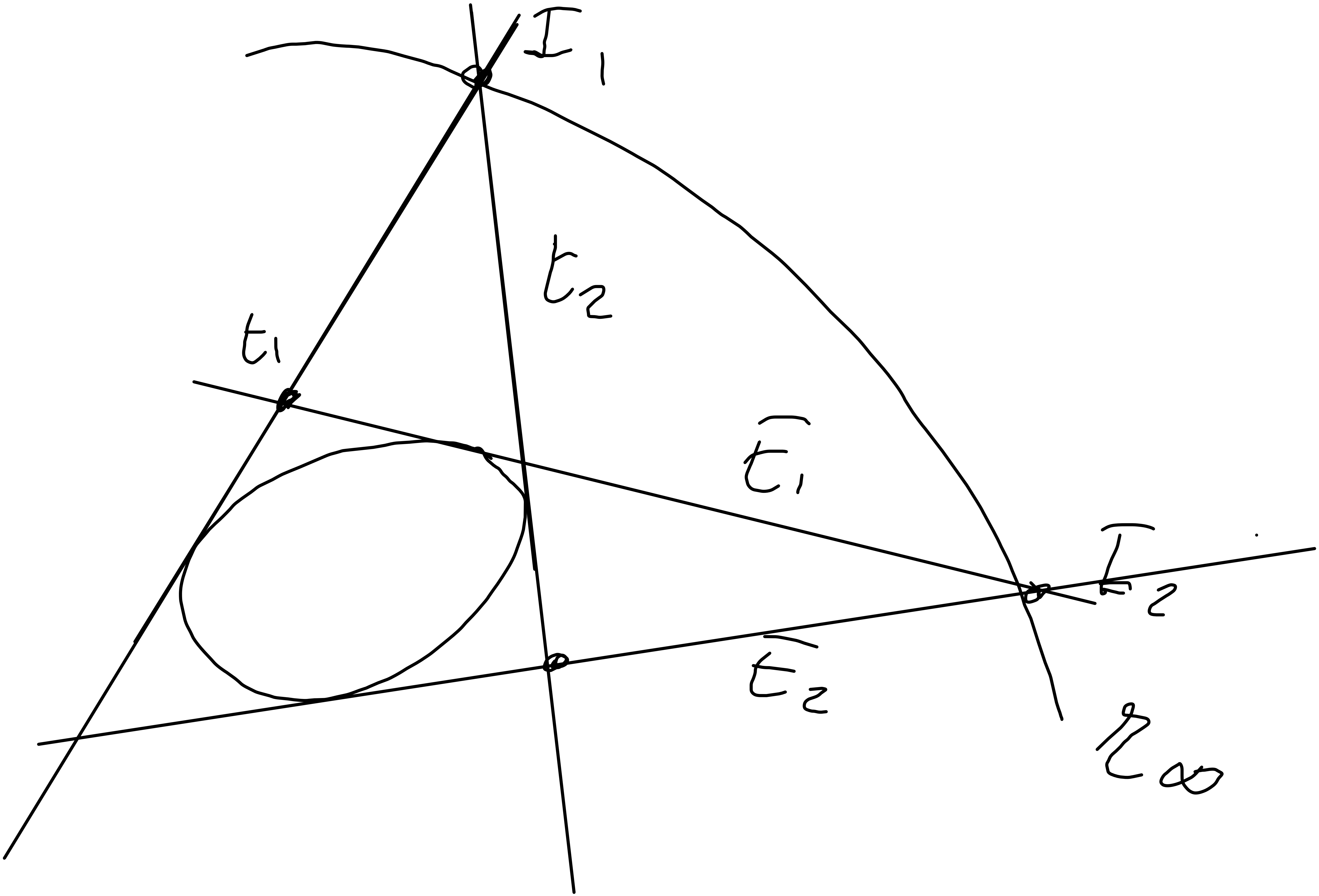
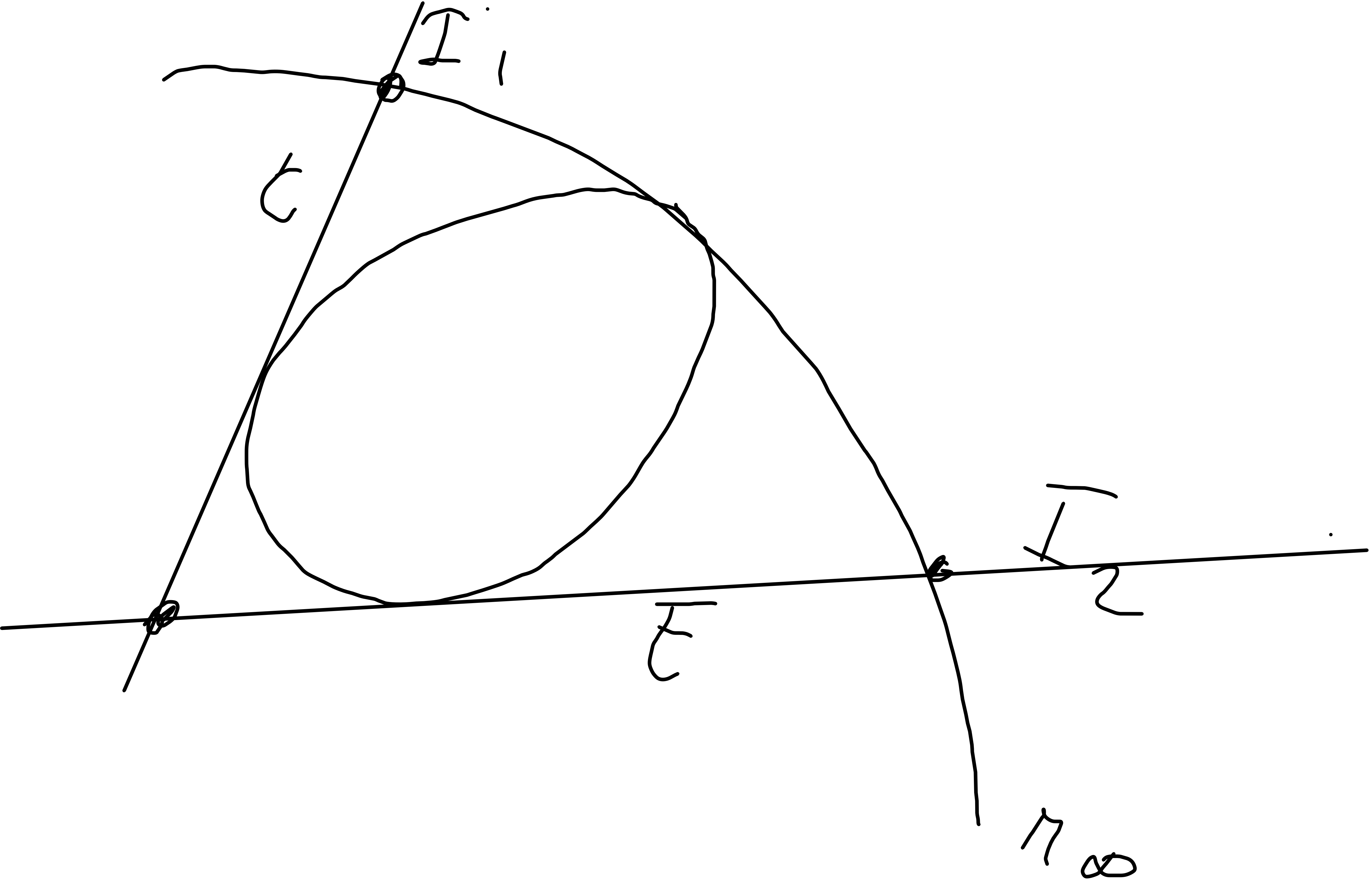
$x^2+y^2+1=0$ $\quad$ $x^2+y^2+10=0$

$x^2+3y^2+1=0$

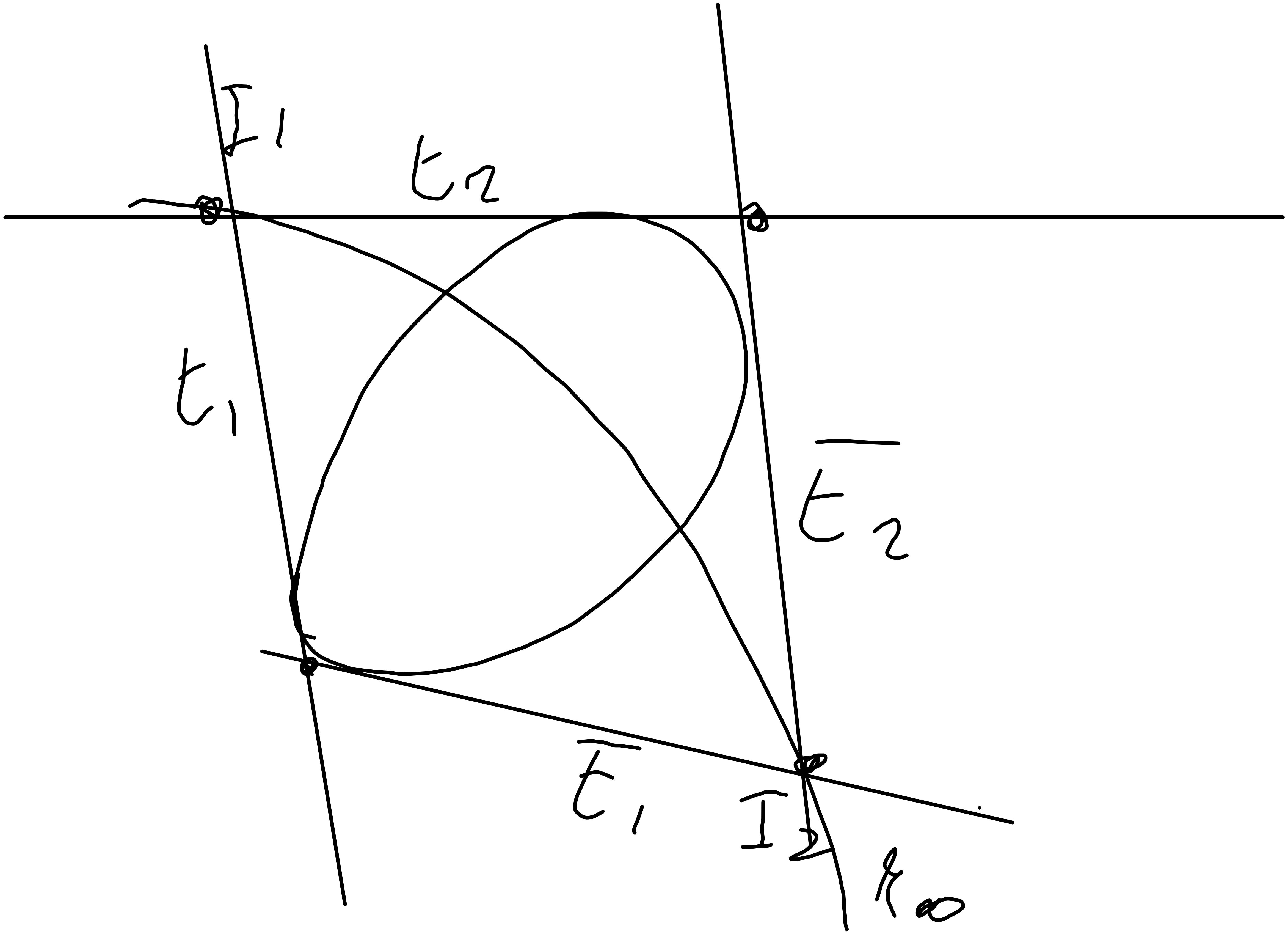


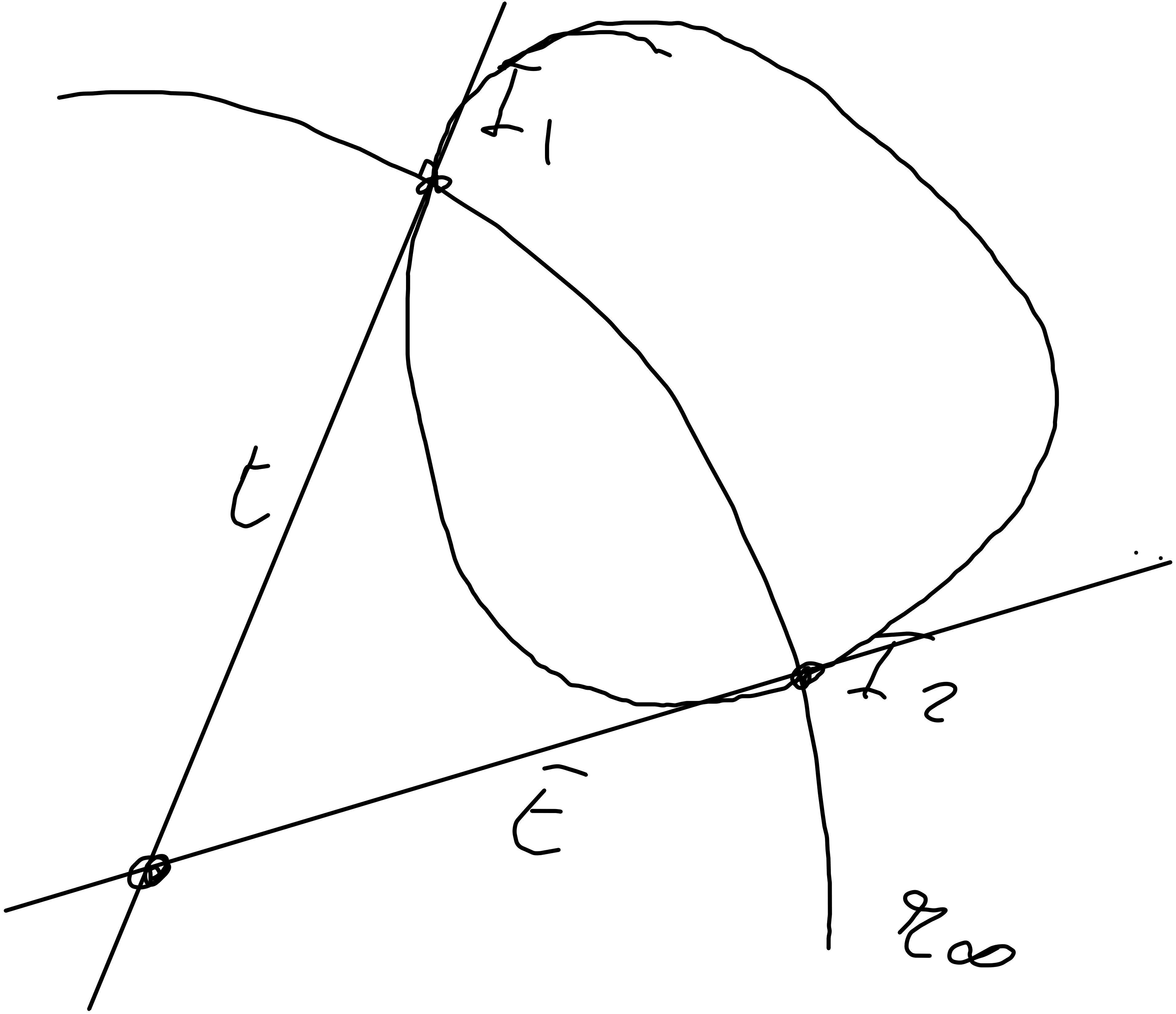


I_1
t_2
t_1
$\bar{t}_1$
I_2
$\bar{t}_2$
ℓ_∞



I_1
t
I_2
$\bar{t}$
r_∞


I_1
t_2
t_1
$\overline{t_2}$
$\overline{t_1}$
I_2
k_∞


I_1
t
$\bar{t}$
I_2
r_∞

In $\mathbb{N}_0$ dati m, n con $n \leq m$, $\exists! \, q, r \in \mathbb{N}_0$, $r < n$

tali che $m = n \cdot q + r$

In $\mathbb{Z}$ dati m, n con $|n| \leq |m|$, $\exists \, q, r \in \mathbb{Z}$

$|r| < |n|$

tali che $m = n \cdot q + r$

In $\mathbb{K}[x]$ dati polinomi m, n, con

$gr(n) \leq gr(m)$, $\exists \, q, r \in \mathbb{K}[x]$

$gr(r) < gr(n)$

tali che $m = n \cdot q + r$

polinomi in x, a coefficienti nel campo $\mathbb{K}$

In ognuno di questi ambiti numerici, si dice che n è un divisore di m e che m è un multiplo di n, se $\exists$ è l'elemento nullo.

e m è divisibile per n

PROP - In $\mathbb{N}$ ogni numero m è divisibile almeno per 1 e per m

In $\mathbb{Z}$ ogni numero m è divisibile almeno per ± 1 e $\pm m$

In $\mathbb{K}[x]$ ogni polinomio m è divisibile almeno per $\pm \alpha$ e $\pm \alpha m$, dove $\alpha \in \mathbb{K} \setminus \{0\}$

DEF - Questi sono detti divisori banali di m

x^2 è divisibile per $5x^2$:

$$x^2 = \frac{1}{5} \cdot (5x)$$

DEF - In $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$ un numero $\neq 0, 1$ si dice primo se ha solo i divisori banali
In $\mathbb{K}[x]$ un polinomio $\neq 0, *$ si dice irriducibile se ha solo i divisori banali.

PROP - In $\mathbb{N}-\{0,1\}$, dato m $\exists$ un'unica scomposizione $m = p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_r^{\gamma_r}$ dove p_i sono primi e γ_i sono interi positivi
In $\mathbb{Z}-\{0\}$ data m $\exists$ un'unica scomposizione $m = \alpha \cdot p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_r^{\gamma_r}$ dove $\alpha = \pm 1$, p_i primi > 0, γ_i come sopra
In $\mathbb{K}[x]-\{0\}$ dato m $\exists$ un'unica scomposizione $m = \alpha \cdot p_1^{\gamma_1} \cdot \ldots \cdot p_r^{\gamma_r}$ dove α è una costante $\neq 0$, p_i sono irriducibili monici, γ_i interi positivi

DEF In $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{K}[x]$, dati $m, n \neq 0$ chiamo massimo comun divisore di m e di n ogni elemento d tale che:

1) d sia divisore di m e di n
2) se d' è divisore di m e di n, allora d' è divisore di d.

In $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{K}[x]$, $m, n \neq 0$ Un MCD di m e n
$m \geq n$ $|m| \geq |n|$ $gr(m) \geq gr(n)$
è ottenuto così:

$$m = n q_1 + r_1$$
$$n = r_1 q_2 + r_2$$
$$r_1 = r_2 q_3 + r_3$$
$$\vdots$$
$$r_{k-2} = r_{k-1} q_k + r_k$$
$$r_{k-1} = r_k q_{k+1}$$

$d = r_k$

2601 | 1683
918 | 1

1683 | 918
765 | 1

918 | 765
153 | 1

765 | 153
000 | 5

$x-3$ una sol.: 3 di molt.: 1

x^2-6x+9 una sol.: 3 di molt.: 2

Dato un polinomio in $\mathbb{C}$

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n$$

date le radici $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

allora

$$\alpha_1 + \dots + \alpha_n = -\frac{a_1}{a_0}$$

$$\alpha_1\alpha_2 + \dots + \alpha_1\alpha_n + \alpha_2\alpha_3 + \dots + \alpha_2\alpha_n + \dots + \alpha_{n-1}\alpha_n = \frac{a_2}{a_0}$$

$\vdots$

$$\alpha_1 \cdot \alpha_2 \cdot \dots \cdot \alpha_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_0}$$ formule di Viète

$$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 \quad \Big| \quad 3x^2 - 10x + 8$$
$$-x^3 + \frac{10}{3}x^2 - \frac{8}{3}x \qquad \qquad \frac{x}{3} - \frac{5}{9}$$

$$// \quad -\frac{5}{3}x^2 + \frac{16}{3}x - 4$$
$$+\frac{5}{3}x^2 - \frac{50}{9}x + \frac{40}{9}$$

$$// \quad -\frac{2}{9}x + \frac{4}{9}$$

invece uso

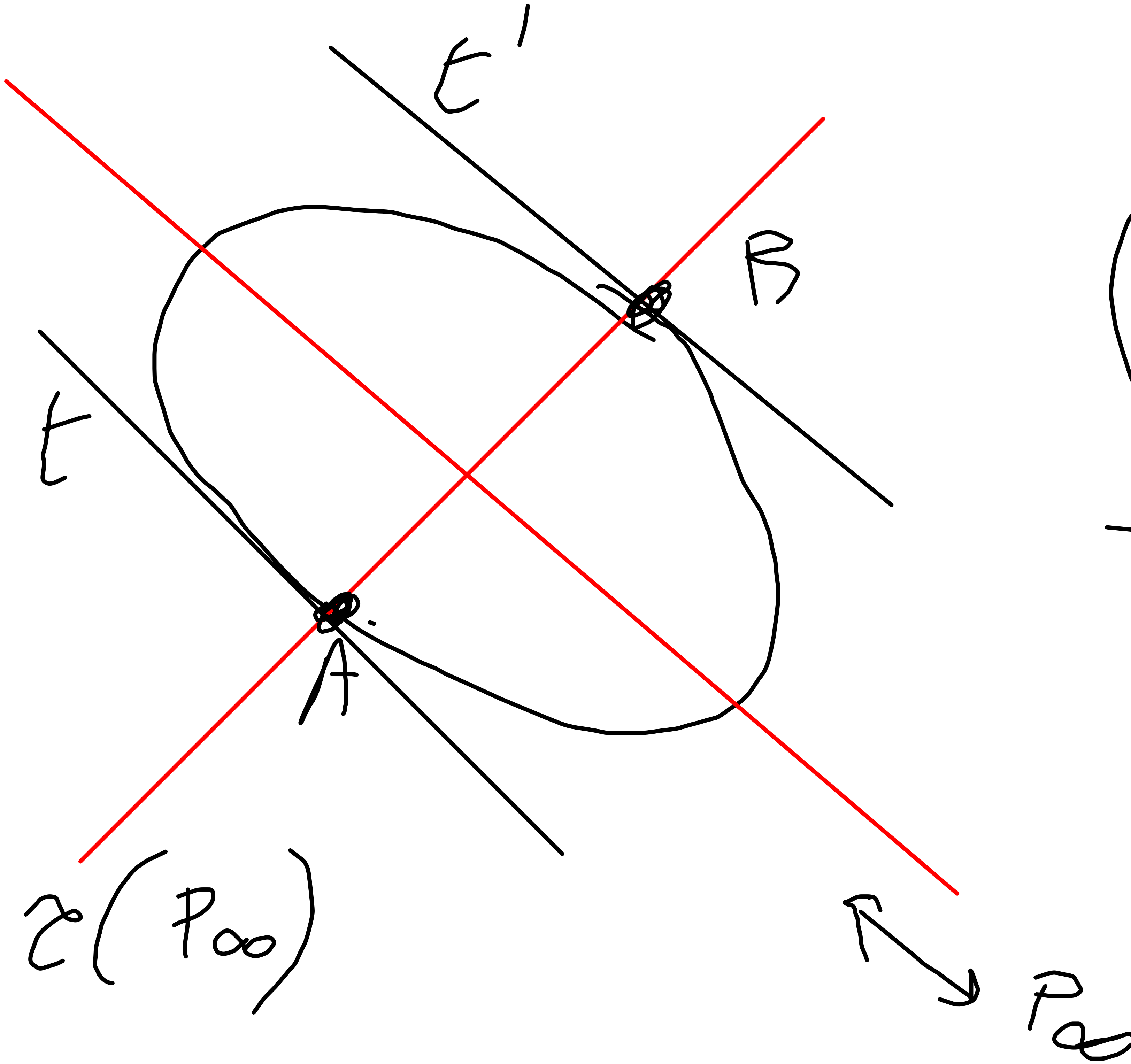
$$(x-2)$$

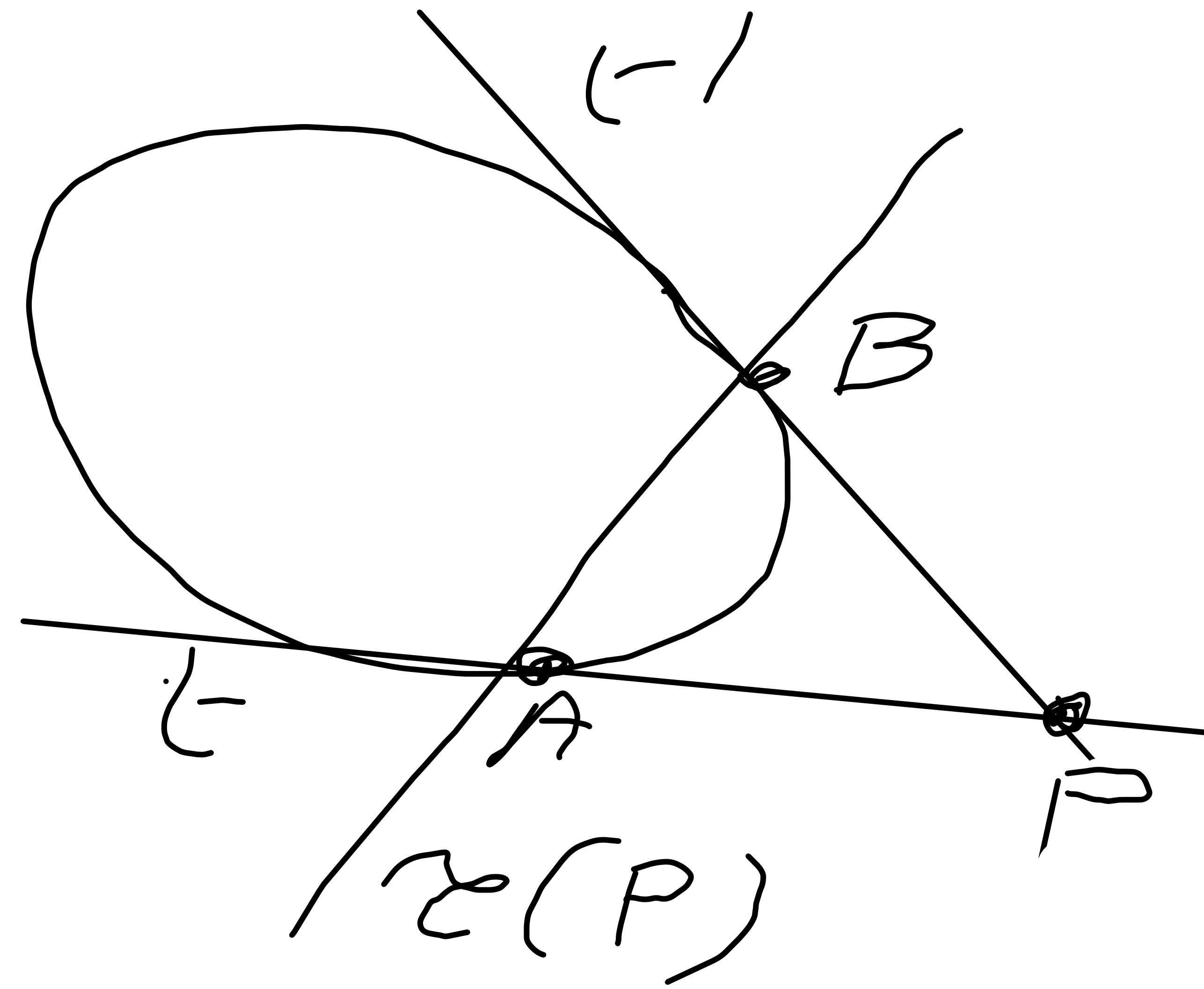
$$3x^2 - 10x + 8 \quad \Big| \quad -\frac{2}{9}x + \frac{4}{9}$$

$$3x^2 - 10x + 8 \quad \Big| \quad x - 2$$
$$-3x^2 + 6x \qquad \qquad 3x - 4$$

$$// \quad -4x + 8$$
$$+4x - 8$$

$$0$$


t'
B
t
A
τ(P∞)
P∞


t'
B
t
A
τ(P)
P