$$\begin{array}{l|l} x^3 + (a+1)x + 9 & x^2 + a \\ \hline -x^3 \qquad -ax & x \\ \hline // \qquad x + 9 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} x^2 + a & x + 9 \\ \hline -x^2 - 9x & x - 9 \\ \hline // \quad -9x + a \;\; -81 & \\ \quad +9x + 81 & \\ \hline \quad // \quad a + 81 \;\; -81 & \\ \qquad\qquad 0 & \end{array}$$

$$-9x - 81 = 0$$

$$x = -9$$

$\exists$ radici comuni $\iff a + 81 = 0 \iff a = -81$

DEF $f(x,y)$ è detta omogenea di grado n se

$\forall t \in \mathbb{R} \qquad f(tx,ty) = t^n f(x,y)$

PROP - f omogenea $\Rightarrow \mathcal{C}: f(x,y)=0$ è un'unione di rette contenenti l'origine.

Sia $\bar{P} \equiv (\bar{x},\bar{y}) \in \mathcal{C}$, cioè $f(\bar{x},\bar{y})=0$

Sia P_t il generico punto della retta $\overline{OP}$:

$P_t \equiv (t\bar{x}, t\bar{y})$. $\quad f(t\bar{x},t\bar{y}) = t^n f(\bar{x},\bar{y}) = t^n \cdot 0 = 0$

$\rightarrow P_t \in \mathcal{C}$

$C_a: \quad y = ax^2$

$ax^2 - y = 0$

$C'_a: \quad y = ax^3$

$ax^3 - y = 0$

$$\begin{cases} ax^3 - y = 0 \\ ax^2 - y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} x^3 & -y \\ x^2 & -y \end{vmatrix} = -x^3y + x^2y$$

luego: $x^2y(1-x) = 0$

$$\begin{array}{l|l} ax^3 - y & ax^2 - y \\ \cline{2-2} -ax^3 + xy & x \\ \hline // \quad xy - y & \end{array}$$

$xy - y = 0$

$y(x-1) = 0$

$C_a : y = ax^2$ $\quad C'_a : x = a$

$$\begin{cases} y = ax^2 \\ x = a \end{cases} \qquad y = x^3$$

$r: \dfrac{x-x_0}{5} = \dfrac{y-y_0}{11}$

$l=5 \quad m=11$

s normale ad r per (x_0, y_0) $\quad 5(x-x_0)+11(y-y_0)=0$

$\quad a \qquad b$

$t: \; y-y_0 = f'(x_0)(x-x_0)$ tang. in (x_0, y_0)

$\dfrac{y-y_0}{f'(x_0)} = \dfrac{x-x_0}{1}$

$m=f'(x_0) \quad l=1$

normale in (x_0, y_0):

$1(x-x_0)+f'(x_0)(y-y_0)=0$