

$$\Phi(u) = u^2 + \frac{1}{u^2} + au + \frac{b}{u} + c$$

$$\Phi'(u) = 2u - \frac{2}{u^3} + a$$

$$\Phi''(u) = \frac{2b}{u^3} + \frac{6}{u^4} + 2$$

$$\Phi'''(u) = -\frac{6b}{u^4} - \frac{24}{u^5}$$

$$\Phi^{IV}(u) = \frac{24b}{u^5} + \frac{120}{u^6}$$

$$\Phi'''(1) = -6b - 24 = 24 - 24 = 0$$

$$\Phi^{IV}(1) = 24b + 120 = -96 + 120 \neq 0$$

ordine: 3

$$u=1 \quad E59 \quad C: y = 1/x$$

$$a+b+c+2Q \equiv (1,1) \quad \left. \begin{array}{l} x=1 \\ y=1 \end{array} \right\} x=u$$

$$-b+a$$

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

$$2b+8$$

$$\Phi(1)=0 \quad a+b+c+2=0$$

$$\Phi'(1)=0 \quad -b+a=0$$

$$\Phi''(1)=0 \quad 2b+8=0$$

$$c=6$$

$$a=-4$$

$$b=-4$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0$$

Potenza simbolica: forma "stenoografica" per
un'espressione lunga. Scrivere

$$(x-x_0) \frac{\partial}{\partial x} + (y-y_0) \frac{\partial}{\partial y} f($$

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \left((x-x_0) \frac{\partial}{\partial x} + k(x-x_0) \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x_0, y_0) + \\
 &+ \left((x-x_0) \frac{\partial}{\partial x} + k(x-x_0) \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 f(x_0, y_0) + \\
 &+ \left((x-x_0) \frac{\partial}{\partial x} + k(x-x_0) \frac{\partial}{\partial y} \right)^{s-1} f(x_0, y_0) + \\
 &+ \left((x-x_0) \frac{\partial}{\partial x} + k(x-x_0) \frac{\partial}{\partial y} \right)^s f(x_0, y_0) + \\
 &+ \left((x-x_0) \frac{\partial}{\partial x} + k(x-x_0) \frac{\partial}{\partial y} \right)^{s+1} f(x_0, y_0) + \dots
 \end{aligned}$$

$y - y_0 = k(x - x_0)$
 $0 = (x-x_0) \left(\frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right) f(x_0, y_0) +$
 $+ (x-x_0)^2 \left(\frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right)^2 f(x_0, y_0) +$
 $+ (x-x_0)^{s-1} \left(\frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right)^{s-1} f(x_0, y_0) +$
 $+ (x-x_0)^s \left(\frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right)^s f(x_0, y_0) +$
 $+ (x-x_0)^{s+1} \left(\frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right)^{s+1} f(x_0, y_0) + \dots$

La generica retta per (x_0, y_0) ha l s intersezioni
 se k è nullo $\neq k$, ma non $\otimes$. Questo avviene $\Rightarrow$ tutte le derivate
 di grado $\leq s-1$ sono nulle in (x_0, y_0) ma non tutte quelle di grado s

Le rette che hanno con la curva almeno $s+1$ interse-
zioni raccolte in (x_0, y_0) sono quelle per cui anche
 $\otimes$ si annulla, cioè quelle corrispondenti ai k
per cui

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + k \frac{\partial}{\partial y} \right)^s f(x_0, y_0) = 0$$

$$E \in \mathbb{R}^3 \quad \Sigma: x^3 - 2y^2 - 2z - 4x + 4 = 0 \quad T = (2, 0, 2)$$

$$\Pi: 4x - z - 6 = 0 \quad \text{piano tang. in } P \text{ a } \Sigma$$

- b) Trovare C' proiezz. ort. sul piano π_y di $C = \Sigma \cap \Pi$.
 c) Verificare che C' ha in $P' = (2, 0)$ un punto doppio e trovarne le Tang.

$$C: \begin{cases} z = \frac{x^3}{2} - y^2 - 2x + 2 \\ z = 4x - 6 = 0 \end{cases}$$

Costruisco il cilindro per C ,
 con generatrici $\parallel$ asse z

$$F_x = \frac{3}{2}x^2 - 6$$

$$0$$

$$F_y = -2y$$

$$0$$

$$F_{xx} = 3x$$

$$6$$

$$F_{xy} = 0$$

$$0$$

$$F_{yy} = -2$$

$$-2$$

nello spazio
 e' il cilindro

$$\frac{x^3}{2} - y^2 - 6x + 8 = 0$$

nel piano
 π_y e' C'

$$6b^2 + 0ab - 2a^2 = 0 \quad F(x, y) =$$

$$6 + 0k - 2k^2 = 0$$

$$k^2 = 3$$

$$k = \pm \sqrt{3}$$

Tangenti in P' :

$$y = \pm \sqrt{3}(x - 2)$$

$$C: x^3 + y^2 - 2xy = 0$$

$F(x,y) = x^3 + y^2 - 2xy$

$$O \equiv (0,0)$$

in $(0,0)$

$$F_x = 3x^2 - 2y$$

$$F_y = -2x$$

$$F_{xx} = 6x$$

$$F_{xy} = -2$$

$$F_{yy} = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

punto a linea doppio

to punto esattamente doppia
tangenti in O : $y = kx$ t.c.

$$0 + (-2)k + 0k^2 = 0 \quad k=0$$

$$0 \cdot b^2 - 2ab + 0a^2 = 0 \quad ab=0 \begin{cases} a=0 \\ b=0 \end{cases}$$

$$-2xy = 0$$

è il complesso delle
tangenti in O

$$C: (x^2y - 3y^3 + x^2) = 0 \quad (0,0) \quad F(0,0) = 0$$

Fattori

$$F_x = 2xy + 2x$$

$$F_y = x^2 - 9y^2$$

$$F_{xx} = 2y + 2$$

$$F_{xy} = 2x$$

$$F_{yy} = -18y$$

in $(0,0)$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$2$$

$$0$$

$$0$$

punto almeno doppio

esattamente doppio

tang. in O : $y = kx$

t.c.

$$2 + 0k + 0k^2 = 0$$

$$2k^2 + 0ab + 0a^2 = 0$$

$$2 = 0$$

$$k^2 = 0$$