

Ogni quesito presenta quattro risposte; ce ne possono essere da 0 a 4 vere. Attraversare con una crocetta la lettera **V** se ritenete la risposta vera, la lettera **F** se la ritenete falsa. Per annullare una crocetta, cerchiarla. **Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, -1/2 punto se è errata, 0 punti in caso di astensione.** Non è consentito alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici, ...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora.

1) Quali delle seguenti quadriche di \mathcal{E}^3 sono paraboloidi?

- F V** a) $x^2 + 3y + 2z^2 = 0$
F V b) $y = 5x^2$
F V c) $x = yz$
F V d) $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 1$

1') Quali delle seguenti quadriche di \mathcal{E}^3 sono quadriche non degeneri ellittiche?

- F V** a) $x^2 + 3y + 2z^2 = 0$
F V b) $y = 5x^2$
F V c) $x = yz$
F V d) $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 1$

2) Quali dei seguenti sottoinsiemi X dello spazio vettoriale $V = \{f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}\}$ sono chiusi rispetto alla somma?

- F V** a) $X = \{f \in V \mid \exists m \in \mathbf{R} \text{ tale che } \forall x \in \mathbf{R} \ f(x) = mx\}$
F V b) $X = \{f \in V \mid \exists m \in \mathbf{Z} \text{ tale che } \forall x \in \mathbf{R} \ f(x) = mx\}$
F V c) $X = \{f \in V \mid \forall x \in \mathbf{R} \ f(x) \neq 0\} \cup \{\text{funzione costante nulla}\}$
F V d) $X = \{f \in V \mid \forall x \in \mathbf{R} \ f(x) \geq 0\}$

2') Quali dei seguenti sottoinsiemi X dello spazio vettoriale $V = \{f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}\}$ sono chiusi rispetto al prodotto per scalare?

- F V** a) $X = \{f \in V \mid \exists m \in \mathbf{R} \text{ tale che } \forall x \in \mathbf{R} \ f(x) = mx\}$
F V b) $X = \{f \in V \mid \exists m \in \mathbf{Z} \text{ tale che } \forall x \in \mathbf{R} \ f(x) = mx\}$
F V c) $X = \{f \in V \mid \forall x \in \mathbf{R} \ f(x) \neq 0\} \cup \{\text{funzione costante nulla}\}$
F V d) $X = \{f \in V \mid \forall x \in \mathbf{R} \ f(x) \geq 0\}$

3) In \mathcal{E}^3 , rispetto a un riferimento cartesiano, quali delle seguenti sono rappresentazioni di rette ortogonali all'asse coordinato y ?

- F V** a) $y = 5$
F V b) $x = 5$
F V c) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$
F V d) $\begin{cases} x = 1 \\ y = \alpha + 1 \\ z = 2\alpha + 1 \end{cases}$

3') In \mathcal{E}^3 , rispetto a un riferimento cartesiano, quali delle seguenti sono rappresentazioni di rette ortogonali all'asse coordinato x ?

F **V** a) $y = 5$

F **V** b) $x = 5$

F **V** c) $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + z = 0 \end{cases}$

F **V** d) $\begin{cases} x = 1 \\ y = \alpha + 1 \\ z = 2\alpha + 1 \end{cases}$

4) Quali dei seguenti insiemi X sono sistemi di generatori di $V = \{\text{polinomi in } t \text{ di grado } \leq 2\}$?

F **V** a) $X = \{1 + t + t^2\}$

F **V** b) $X = \{1 + t + t^2, 2 + 2t + 2t^2, 3 + 3t + 3t^2\}$

F **V** c) $X = \{t, t^2\}$

F **V** d) $X = \{1 + t + t^2, 1 + t, 1 + t^2\}$

4') Quali dei seguenti insiemi X sono sistemi di generatori di $V = \{\text{polinomi in } t \text{ di grado } \leq 2\}$?

F **V** a) $X = \{1 + t + t^2\}$

F **V** b) $X = \{1 + t + t^2, 1 + 2t + 2t^2, 1 + 2t + 3t^2\}$

F **V** c) $X = \{t, t^2\}$

F **V** d) $X = \{1 + t + t^2, 1 + t, t^2\}$

5) Quali dei seguenti sottoanelli A di $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$, con le usuali operazioni di somma e prodotto riga per colonna, sono campi?

F **V** a) $A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \mid \alpha \in \mathbf{R} \right\}$

F **V** b) $A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid \alpha \in \mathbf{R} \right\}$

F **V** c) $A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix} \mid \alpha, \beta \in \mathbf{R} \right\}$

F **V** d) $A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} \mid \alpha, \beta \in \mathbf{R} \right\}$

5') Quali dei seguenti sottoanelli A di $\mathcal{M}_2(\mathbf{R})$, con le usuali operazioni di somma e prodotto riga per colonna, contengono divisori dello zero?

F **V** a) $A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \mid \alpha \in \mathbf{R} \right\}$

F **V** b) $A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mid \alpha \in \mathbf{R} \right\}$

F **V** c) $A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{pmatrix} \mid \alpha, \beta \in \mathbf{R} \right\}$

F **V** d) $A = \left\{ \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} \mid \alpha, \beta \in \mathbf{R} \right\}$

6) Sia X l'insieme dei polinomi caratteristici di matrici $A \in \mathcal{M}_5(\mathbf{R})$, privi di radici multiple. In X

F **V** a) esistono polinomi con esattamente due radici reali.

F **V** b) esistono polinomi con esattamente tre radici reali.

F **V** c) ogni polinomio ha esattamente cinque radici reali.

F **V** d) esistono polinomi con esattamente quattro radici reali.

6') Sia X l'insieme dei polinomi caratteristici di matrici simmetriche $A \in \mathcal{M}_5(\mathbf{R})$, privi di radici multiple. In X

- F V** a) esistono polinomi con esattamente due radici reali.
- F V** b) esistono polinomi con esattamente tre radici reali.
- F V** c) ogni polinomio ha esattamente cinque radici reali.
- F V** d) esistono polinomi con esattamente quattro radici reali.

7) Se A è la matrice canonicamente associata alla trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$, allora

- F V** a) le righe di A formano un sistema di generatori di $\text{Ker}T$.
- F V** b) le colonne di A formano un sistema di generatori di $\text{Im}T$.
- F V** c) le righe di A sono le n -ple di coefficienti delle equazioni di una rappresentazione cartesiana di $\text{Ker}T$.
- F V** d) le colonne di A sono le m -ple di coefficienti delle equazioni di una rappresentazione cartesiana di ${}^\perp\text{Im}T$.

7') Se A è la matrice canonicamente associata alla trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$, allora

- F V** a) le righe di A formano un sistema di generatori di ${}^\perp\text{Ker}T$.
- F V** b) le colonne di A formano un sistema di generatori di ${}^\perp\text{Im}T$.
- F V** c) le righe di A sono le n -ple di coefficienti delle equazioni di una rappresentazione cartesiana di $\text{Ker}T$.
- F V** d) le colonne di A sono le m -ple di coefficienti delle equazioni di una rappresentazione cartesiana di $\text{Im}T$.

8) Sia r la retta del piano \mathcal{E}^2 di equazione $3x - 4y = 5$. Allora r ha

- F V** a) $(3, -4)$ come coppia di coefficienti direttivi.
- F V** b) $(4, 3)$ come coppia di coefficienti direttivi.
- F V** c) $(3, -4, 5)$ come terna di coefficienti direttivi.
- F V** d) $(3, -4, 0)$ come terna di coefficienti direttivi.

8') Sia r la retta del piano \mathcal{E}^2 di equazione $4x + 3y = 5$. Allora r ha

- F V** a) $(3, -4)$ come coppia di coefficienti direttivi.
- F V** b) $(4, 3)$ come coppia di coefficienti direttivi.
- F V** c) $(4, 3, 5)$ come terna di coefficienti direttivi.
- F V** d) $(4, 3, 0)$ come terna di coefficienti direttivi.

9) Sia $S = (A, b)$ un sistema lineare non omogeneo di m equazioni in n incognite e sia $T : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ la trasformazione lineare standard a cui A è canonicamente associata. Allora l'insieme delle soluzioni $\text{Sol}S$ è:

- F V** a) l'immagine $\text{Im}T$.
- F V** b) il nucleo $\text{Ker}T$.
- F V** c) un sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^n .
- F V** d) un sottoinsieme di \mathbf{R}^n non contenente la n -pla nulla.

9') Sia $S = (A, (0))$ un sistema lineare omogeneo di m equazioni in n incognite e sia $T : \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ la trasformazione lineare standard a cui A è canonicamente associata. Allora l'insieme delle soluzioni $\text{Sol}S$ è:

- F V** a) l'immagine $\text{Im}T$.
- F V** b) il nucleo $\text{Ker}T$.
- F V** c) un sottospazio vettoriale di \mathbf{R}^n .
- F V** d) un sottoinsieme di \mathbf{R}^n non contenente la n -pla nulla.