17/12/2018 N. di Matricola: 00000

Ogni quesito presenta quattro risposte; ce ne possono essere da 0 a 4 vere. Attraversare con una crocetta la lettera **V** *se ritenete la risposta vera, la lettera* **F** *se la ritenete falsa. Per annullare una crocetta, cerchiarla.* **Ogni risposta assegna un punteggio di 1/2 punto se l'indicazione è esatta, -1/2 punto se è errata, 0 punti in caso di astensione.** *Non è consentito alcun ausilio (libri, appunti, calcolatrici, ...). La scheda verrà ritirata al termine della prima ora.*

1) Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ allora

F V a) se A è simmetrica allora è regolare.

F V b) se A è simmetrica allora è diagonalizzabile per similitudine.

F V c) se A è ortogonale allora è simmetrica.

F V d) se A è ortogonale allora $\det A = \det A^{-1}$.

1') Sia $A \in \mathcal{M}_n(\mathbf{R})$ allora

F V a) se A è simmetrica allora è regolare.

F V b) se A è diagonalizzabile per similitudine allora è simmetrica.

F V c) se A è ortogonale allora anche A^{-1} è ortogonale.

F V d) se A è ortogonale allora $\det A = 0$.

2) Nello spazio vettoriale V dei segmenti di un piano, aventi un estremo in un punto N, sia dato un qualunque insieme di tre vettori non nulli $X = \{u, v, w\}$. Allora

F V a) X è linearmente indipendente.

F V b) X è un sistema di generatori di V.

F V c) esiste almeno uno dei vettori u, v, w che è combinazione lineare degli altri due.

F V d) esistono scalari non tutti nulli α, β, γ tali che $\alpha u + \beta v + \gamma w$ è il vettore nullo.

2') Nello spazio vettoriale V dei segmenti di un piano, aventi un estremo in un punto N, sia dato un qualunque insieme di tre vettori non nulli $X = \{u, v, w\}$. Allora

F V a) X è linearmente dipendente.

F V b) se almeno due dei tre vettori non stanno sulla stessa retta, allora X è un sistema di generatori di V.

F V c) nessuno dei vettori u, v, w è combinazione lineare degli altri due.

F V d) gli unici scalari α, β, γ tali che $\alpha u + \beta v + \gamma w$ è il vettore nullo sono $\alpha = \beta = \gamma = 0$.

3) In $\mathcal{E}^3$ siano r ed s due rette distinte, entrambe espresse in forma cartesiana.

F V a) Se r è parallela ad s, allora il sistema formato dalle loro quattro equazioni è impossibile, con rango della matrice incompleta uguale a 2.

F V b) Se r e s sono sghembe, allora il sistema formato dalle loro quattro equazioni è impossibile, con rango della matrice completa uguale a 3.

F V c) Se r e s sono incidenti, allora il sistema formato dalle loro quattro equazioni è possibile, con rango della matrice completa uguale a 3.

F V d) Se r è parallela ad s, allora le loro giaciture coincidono.

3') In $\mathcal{E}^3$ siano r ed s due rette distinte, entrambe espresse in forma cartesiana.

F V a) Se r è parallela ad s, allora il sistema formato dalle loro quattro equazioni è impossibile, con rango della matrice incompleta uguale a 3.

F V b) Se r e s sono sghembe, allora il sistema formato dalle loro quattro equazioni è impossibile, con rango della matrice completa uguale a 4.

F V c) Se r e s sono incidenti, allora il sistema formato dalle loro quattro equazioni è possibile, con rango della matrice completa uguale a 2.

F V d) Se r e s sono incidenti, allora le loro giaciture coincidono.

4) Quali dei seguenti insiemi di numeri razionali (p/q con p intero e q intero non nullo) costituiscono gruppo con la usuale somma?

F V a) L'insieme X dei numeri $p/1$.

F V b) L'insieme X dei numeri p/q con $p \neq 0$.

F V c) L'insieme X dei numeri p/q con $p = \pm q$.

F V d) $X = \{0/1\}$.

4') Quali dei seguenti insiemi di numeri razionali (p/q con p intero e q intero non nullo) costituiscono gruppo con l'usuale prodotto?

F V a) L'insieme X dei numeri $p/1$.

F V b) L'insieme X dei numeri p/q con $p \neq 0$.

F V c) L'insieme X dei numeri p/q con $p = \pm q$.

F V d) $X = \{0/1\}$.

5) Quali dei seguenti sottospazi dello spazio vettoriale V di tutte le successioni reali sono di dimensione finita?

F V a) Il sottospazio delle successioni convergenti.

F V b) Il sottospazio delle successioni costanti.

F V c) Il sottospazio generato dalle successioni con un solo elemento non nullo (cioè generato dalle successioni $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ tali che esista un unico $\bar{n}$ per cui $a_{\bar{n}} \neq 0$).

F V d) Il sottospazio delle successioni con elementi nulli dal decimo posto in poi (cioè successioni $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ tali che se $n > 9$ allora $a_n = 0$).

5') Quali dei seguenti sottospazi dello spazio vettoriale V di tutte le successioni reali sono di dimensione infinita?

F V a) Il sottospazio delle successioni convergenti.

F V b) Il sottospazio delle successioni costanti.

F V c) Il sottospazio generato dalle successioni con un solo elemento non nullo (cioè generato dalle successioni $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ tali che esista un unico $\bar{n}$ per cui $a_{\bar{n}} \neq 0$).

F V d) Il sottospazio delle successioni con elementi nulli dal decimo posto in poi (cioè successioni $(a_n)_{n\in\mathbf{N}}$ tali che se $n > 9$ allora $a_n = 0$).

6) Sia $\{u, v, w\}$ una base dello spazio vettoriale V. Sia poi T l'endomorfismo di V tale che $T(u) = u$, $T(v) = u + v$, $T(w) = u + v + w$. Allora

F V a) u è un autovettore di T.

F V b) 1 è autovalore di T di molteplicità algebrica 1.

F V c) 1 è autovalore di T di molteplicità geometrica 1.

F V d) T è invertibile.

6') Sia $\{u, v, w\}$ una base dello spazio vettoriale V. Sia poi T l'endomorfismo di V tale che $T(u) = u$, $T(v) = u + v$, $T(w) = u + v + w$. Allora

F V a) u, v, w sono autovettori di T.

F V b) 1 è autovalore di T di molteplicità algebrica 3.

F V c) 1 è autovalore di T di molteplicità geometrica 3.

F V d) T è invertibile.

7) In $\mathbf{R}^3$, col prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio di equazione $x + 2y + 3z = 0$. Allora

F V a) $\dim U = 2$

F V b) ${}^{\perp}U$ ha rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = \alpha \\ y = 2\alpha \\ z = 3\alpha \end{cases}$

F V c) $\dim {}^{\perp}U = 2$

F V d) $U = L\big(\{(1, 2, 3)\}\big)$

7') In $\mathbf{R}^3$, col prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio di equazione $x + 2y + 3z = 0$. Allora

F V a) $\dim U = 1$

F V b) U ha rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = \alpha \\ y = 2\beta \\ z = 3\gamma \end{cases}$

F V c) $\dim {}^{\perp}U = 1$

F V d) ${}^{\perp}U = L\big(\{(1, 2, 3)\}\big)$

8) Si dica quali delle seguenti sono quadriche non degeneri iperboliche.

F V a) $5x^2 - 3y^2 - z^2 = 1$

F V b) $5x^2 - 3y^2 - z^2 = -1$

F V c) $5x^2 - 3y^2 - z = 0$

F V d) $5x^2 - 3y^2 - z^2 = 0$

8') Si dica quali delle seguenti quadriche sono paraboloidi.

F V a) $5x^2 - 3y^2 - z^2 = 1$

F V b) $5x^2 - 3y^2 - z^2 = -1$

F V c) $5x^2 - 3y^2 - z = 0$

F V d) $5x^2 - 3y^2 - z^2 = 0$

9) In $\mathcal{E}^3$ il sottospazio di equazione $y = 3$ è

F V a) una retta parallela all'asse x.

F V b) un piano parallelo all'asse x.

F V c) un piano parallelo all'asse z.

F V d) un piano contenente l'asse z.

9') In $\mathcal{E}^3$ il sottospazio di equazione $y = 3x$ è

F V a) una retta contenente l'origine del riferimento.

F V b) un piano parallelo all'asse x.

F V c) un piano parallelo all'asse z.

F V d) un piano contenente l'asse z.