Esercizi sul gradiente

Lab. di Matematica Generale, Prof. Fioresi

1. Si supponga di salire su di una collina la cui forma e' data dall'eq. $z = 1000 - 0.01x^2 - 0.02y^2$ e di trovarsi nel punto $(60, 100, 764)$.
a) In quale direzione bisogna procedere per salire nel modo piu' ripido possibile?
b) Se si scala in quella direzione, con quale angolo rispetto all'orizzonte si inizia a scalare?

2. Un pallone si trova su di un pendio con forma $z = xy + y^3$ soggetto alla sola forza di gravita'. Se si trova inizialmente nel punto P con $x = 1$, $y = 0$, in che direzione si muovera'?

3. Il prezzo del pesce al consumatore varia secondo la funzione $P(x, y) = (x^2 + 100)/y$ ove x e' la distanza dal punto produzione e y e' la quantita' di pesce pescato. Se attualmente $x = 1$ e $y = 2$,
a) si calcoli come variare x rispetto a y in modo che l'incremento di prezzo sia massimo;
b) si calcoli inoltre il tasso di variazione del prezzo quando il suo incremento e' massimo;

4. Un nave in posizione (a, b) sta uscendo dal porto che si trova in $(0, 0)$.
a) Se la profondita' del mare e' espressa dalla funzione: $z = 10 + x^2 + 4y^3$, quando la nave inizia a muoversi da (a, b), la profondita' del mare aumenta o diminuisce?
b) Qual'e' il tasso di variazione della profondita' nella direzione in cui la nave si sta spostando?

5. Si trovino tutti i punti nei quali la direzione di maggior crescita della funzione $z = x^2 + y^2 - 2x - 4y$ e' $i + j$.

6. a) Sia $f(x, y) = 2axy^3 + x^2$ il costo di un prodotto ove x e' il costo della manodopera e y il costo della materia prima. Se $x = 1$ e $y = 1$ si dica come variare x e y in modo che costo sia *minimo*.

b) Se si da' una variazione della x di 2 e della y di -2, il costo del prodotto aumenta o diminuisce?

Esercizi sul linearizzato e formula di Taylor

1. Si approssimi usando il linearizzato: $(0.96)^2\sqrt{1.02}$.

2. Si dia lo sviluppo di Taylor fino al secondo ordine della funzione $f(x, y) = log(xy)$ nel punto $(1, 1)$.

3. a) Si approssimi usando il linearizzato $2.02\sqrt{1.03}$.
b) Si approssimi usando la serie di Taylor fino al secondo ordine il valore: $2.02\sqrt{1.03}$.

4. Si approssimi usando il linearizzato: $\sqrt{1.02}(1/0.97)$.