13 settembre 2007
Prova scritta esame GEOMETRIA II
Durata della prova: 3 ore

1 Nello spazio vettoriale R^3, con f_k ($k \in R$) si indica l'endomorfismo del quale $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & k \\ 0 & k & 2 \end{pmatrix}$

è la matrice relativa alla base $B = (v_1 = (1,-1,2) ,\ v_2 = (2,0,0) ,\ v_3 = (-1,0,1))$.
Determinare

(a) i valori di k in corrispondenza dei quali f_k è un automorfismo;
(b) una base di $Im (f_2)$ e di $Ker (f_2)$;
(c) i valori di k per cui f_k è diagonalizzabile

2 Nello spazio euclideo E^4, in cui è fissato un riferimento cartesiano, sono assegnati il piano

$\pi : x_3 = x_2 - 1 ,\quad x_4 = x_1 - 1$ ed i punti $A (1,-1,0,-2)$, $B (-1,1,0,0)$,

$C (0,0,1,0)$, $D (1,0,0,1)$, $E (-1,0,0,0)$.

Scrivere un sistema di equazioni :

(a) del piano per A parallelo a π e del sottospazio $S_1 = (A , \pi)$ generato da A e da π;

(b) del sottospazio $S_2 = S (r_1 , r_2)$ generato dalle rette $r_1 = S (B, C)$, $r_2 = S (D, E)$;
(c) del sottospazio $S_1 \cap S_2$.
(d) Determinare la distanza delle rette r_1 e r_2 .

3 Provare che in uno spazio affine 5-dimensionale sopra un campo K, una retta ed un sottospazio 3-dimensionale fra loro sghembi, generano tutto lo spazio.

4 Nel piano euclideo E^2, in cui è fissato un riferimento cartesiano, è assegnata la retta $r : y = 3x$. Scrivere le equazioni :

(a) di una affinità non isometrica che porta r in sé ;
(b) della simmetria che ha per asse la retta r.

Punteggio: (1a: 2) , (3: 4) , ogni altra domanda vale 3 punti