16 gennaio 2009
Prova scritta dell'esame di Geometria 2
Durata della prova: 3 ore

1.Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}^4$ è assegnata la base $B=(v_1,v_2,v_3,v_4)$, $v_1=(-2,1,0,1)$, $v_2=(0,0,3,-1)$, $v_3=(2,0,0,1)$, $v_4=(1,0,0,0)$. Determinare:
(a) la matrice relativa alla base B dell'endomorfismo f di $\mathbf{R}^4$ in cui

$$Ker(f)=L(v_1,v_2),\quad f(v_3)=2v_1,\quad f(v_4)=3v_4;$$

(b) la matrice di f relativa alla base canonica E.
(c) Esiste una base B' tale che la matrice di f ad essa relativa sia la matrice identica I_4? (motivare la risposta)
Determinare:
(d) gli autospazi di f e stabilire se f è o meno diagonalizzabile;
(e) nucleo ed immagine dell'endomorfismo f^2.

2.Nellospazio $\mathbf{E}^5$ in cui è fissato un riferimento cartesiano $\Sigma=(O,B)$, $B=(u_1,u_2,u_3,u_4,u_5)$, sono assegnate la retta

$$r\colon\ x_1=x_3=x_5=2-x_2=2-x_4$$

e la retta s per O con la direzione del vettore $v=u_1+u_2+u_3-u_4-u_5$.
Dopo aver verificato che r ed s sono sghembe, si determini:
(a) un sistema di equazioni cartesiane del piano per $P(1,1,0,-1,-1)$ parallelo ad r e ad s;
(b) la distanza di P da r;
(c) una equazione cartesiana degli iperpiani ortogonali ad s con distanza $d=1$ da O;
(d) le equazioni di un'affinità non isometrica che porta s in sé;
(e) le equazioni di una isometria diretta (non identica) e di una isometria inversa che portano s in sé.

Punteggio: 3 punti per ciascuna domanda.