20 luglio 2007
Prova scritta esame GEOMETRIA II
Durata della prova: 3 ore

1 In $\mathbb{R}^4$ sono assegnati la base ordinata
$B = ( v_1 =(1,0,0,0) , v_2 =(1,1,0,0) , v_3 =(1,1,1,0) , v_4 =(1,1,1,1) )$
e l'endomorfismo $f_k$ mediante la matrice $M_{\mathcal{B}}(f_k) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & k & -k \\ 0 & 0 & -1 & 2k \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
dipendente dal parametro k. Determinare:

a] una base di $Im(f_k)$ e di $Ker(f_k)$ ;

b] i valori di k per cui $f_k$ è diagonalizzabile;

c] una base diagonalizzante $f_k$ in corrispondenza dei valori per cui questo è diagonalizzabile.

2 Nello spazio $\mathbb{E}^5$ in cui è fissato un riferimento cartesiano (0,U) ,
$U = ( u_1 ,u_2 ,u_3 ,u_4 ,u_5 )$, sono assegnati i sottospazi

$S_1 = S_W( P_0 )$ , $S_2 = S_{W'}( P'_0 )$ dove $P_0$ (0,1,0,1,0) , $P'_0$ (1,0,1,0,1)

$W = < u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 >$ , $W' = < u_1 , u_5 >$ .

a] Scrivere un sistema di equazioni cartesiane dei sottospazi $S_1$ , $S_2$ e $S( S_1 , S_2 )$ .

b] Dopo aver verificato che $S_1$ ed $S_2$ sono sghembi, se ne determini la distanza.

c] Scrivere una equazione di un iperpiano per 0 parallelo ad $S_1$ e ad $S_2$ .

3 Nel piano $\mathbb{E}^2$ in cui è fissato un riferimento cartesiano, sono assegnate le circonferenze

$\gamma_1 : \quad x^2 + y^2 = 4$ $\qquad \gamma_2 : \quad x^2 + y^2 -2x -2y + 1 = 0$

a] Determinare le equazioni di un'affinità che porta $\gamma_1$ in $\gamma_2$ .

b] Determinare le equazioni di una isometria non identica che porta $\gamma_2$ in sé.

Punteggio: (1b:3) , (3a:3) , ogni altra domanda vale 4 punti.