22 settembre 2003

Prova scritta esame **Geometria 2**
Durata della prova: 3 ore.

1. Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}^4$ è assegnato l'endomorfismo

$$f_h:(x_1,x_2,x_3,x_4)\mapsto(hx_1+(2-3h)x_2,-x_1+3x_2,2x_2+x_3-x_4,hx_1)$$

dipendente dal parametro h. Determinare

(a) i valori di h in corrispondenza dei quali f_h è un automorfismo;

(b) una base di $Ker(f_h)$ ed una base di $\mathrm{Im}(f_h)$;

(c) i valori di h in corrispondenza dei quali f_h è diagonalizzabile.

2. Nello spazio $\mathbf{E}^4$ in cui è fissato un riferimento cartesiano $\Sigma=(O,B)$, sono assegnati il piano

$$\alpha\colon\ x_1+x_2=0,\ x_3-2x_4=0$$

e la retta

$$r\colon\ x_1+2x_4+1=0,\ x_2=0,\ x_3=0.$$

Determinare:

(a) la dimensione del sottospazio $S(r,\alpha)$;

(b) una equazione dell'iperpiano per O, parallelo ad r e ad α;

(c) un sistema equazioni di una coppia di rette fra loro sghembe ed incidenti la r;

(d) le equazioni di una traslazione non identica che porta α in sé.

(e) Le traslazioni che portano α in sé costituiscono un sottogruppo del gruppo delle traslazioni di $\mathbf{E}^4$?

3. (a) Provare che in uno spazio euclideo, una isometria non identica nella quale sono fissi i punti di un iperpiano π, è la simmetria rispetto a π.

Punteggio: (**1**a:3) (**1**b:3) (**1**c:5) (**2**a:2) (**2**b:4) (**2**c:4) (**2**d:3) (**2**e:2) (**3**a:4)