26 giugno 2008
Prova scritta esame Geometria 2
Durata della prova: 3 ore

**1**. In $(\mathbf{R}^4,<,>)$, $<x,y>=\sum_{i=1}^{4} x_i y_i$, $x=(x_1,x_2,x_3,x_4)$, $y=(y_1,y_2,y_3,y_4)$, in cui è assegnato il sottospazio $W=\{x\in\mathbf{R}^4 \mid x_1=x_2, x_4=-x_3\}$, determinare:
(a) un endomorfismo diagonalizzabile, $f$, del quale $-1$ e $2$ sono autovalori e $W$ è l'autospazio relativo a $2$;
(b) il nucleo di $f$;
(c) la matrice di $f$ relativa alla base canonica;
(d) un endomorfismo non diagonalizzabile del quale $-1$ e $2$ sono autovalori e $W$ è l'autospazio relativo a $2$.
(e) $f$ è un operatore unitario? (motivare la risposta)

**2**. In $\mathbf{E}^4$in cui è fissato un riferimento cartesiano, sono assegnate le rette $r$: $x_1+3x_3=5$, $x_2=x_4=0$, $s$: $x_2+2x_4=0$, $x_1=x_3=0$ ed il punto $P(1,1,1,1)$.
(a) Dopo aver verificato che $r$ ed $s$ sono sghembe, si determini una equazione cartesiana dell'iperpiano da esse generato.
(b) Scrivere un sistema di equazioni del piano per $P$ parallelo ad $r$ ed $s$.
(c) Determinare la distanza di $P$ da $r$.
(d) Esistono affinità non identiche nelle quali $r$ ed $s$ sono rette di punti fissi? (motivare la risposta)

**3**. Provare che in uno spazio $\mathbf{E}^n$, prefissati due sottospazi di dimensione $m$ $(1\le m\le n-1)$, esistono isometrie che portano l'uno nell'altro.

Punteggio: 2 punti a (2b); 4 punti a 3; 3 punti a ciascuna delle altre domande.