

3 giugno 2008

Prova scritta esame Geometria 2

Durata della prova: 3 ore

1. In \mathbf{R}^3 , in cui è fissata una base ordinata B , è assegnato l'endomorfismo f_k mediante la matrice

$$M_B(f_k) = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & k & 1 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

dipendente dal parametro k . Determinare:

- (a) una base di $\text{Im}(f_k)$ e di $\text{Ker}(f_k)$;
- (b) i valori di k per cui f_k è diagonalizzabile;
- (c) i valori di k per cui l'endomorfismo g_k tale che

$$M_B(g_k) = M_B(f_k) + M_B(f_k),$$

è un automorfismo.

2. In \mathbf{E}^4 in cui è fissato un riferimento cartesiano, sono assegnati il punto $Q(1,1,2,0)$, la retta $r: x_2 + x_4 - 1 = 0, x_1 - 1 = 0, x_3 = 0$ ed il piano $\pi: x_2 - 3x_3 - 1 = 0, x_4 = 0$. Scrivere:

- (a) un sistema di equazioni del sottospazio $S(r, \pi)$;
- (b) un sistema di equazioni di una retta, s , sghemba sia con r che con π ;
- (c) le equazioni di un'affinità nella quale r e π sono sottospazi fissi ma non di punti fissi.
- (d) Esistono isometrie non identiche nelle quali r e π sono sottospazi fissi? Motivare la risposta.
- (e) Determinare la distanza di Q da π .

Punteggio: 3 punti per (1a) e (2a); 4 punti per le altre domande.