5 settembre 2003

Prova scritta esame **Geometria 2**
Durata della prova: 3 ore.

1.Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}^4$ è assegnato l'endomorfismo

$$f_h:(x_1,x_2,x_3,x_4)\mapsto(2x_1+(h+1)x_2, 3x_1+hx_2, 3x_1+hx_2+x_3+2x_4, hx_2+x_3)$$

dipendente dal parametro h. Determinare

(a) i valori di h in corrispondenza dei quali f_h è un automorfismo;

(b) una base di $Ker(f_h)$ ed una base di $\mathrm{Im}(f_h)$;

(c) i valori di h in corrispondenza dei quali f_h è diagonalizzabile.

2.Nello spazio $\mathbf{E}^4$ in cui è fissato un riferimento cartesiano $\Sigma=(O,B)$, sono assegnate le rette

$$r\colon\ x_1-1=0,\ x_2-1=0,\ x_4-x_3+1=0,$$

$$s\colon\ x_2=0,\ x_3-x_1-1=0,\ x_4=0\ .$$

Determinare:

(a) la dimensione del sottospazio $S(r,s)$;

(b) un sistema di equazioni di una retta sghemba con r ed s ed inclusa in $S(r,s)$ e di una retta sghemba con r ed s e non inclusa in $S(r,s)$;

(c) una equazione degli iperpiani ortogonali ad r ed equidistanti da O e da $P(1,1,1,1)$;

(d) le equazioni di una isometria che porta r in sé.

(e) Le isometrie che portano r in sé costituiscono un sottogruppo del gruppo affine $Aff(\mathbf{E}^4)$?

3.(a) Provare che in uno spazio affine, una retta ed un iperpiano privi di punti comuni sono necessariamente paralleli.

Punteggio: (**1**a:3) (**1**b:3) (**1**c:5) (**2**a:2) (**2**b:5) (2**c**:3) (2**d**:3)

(2**e**:2) (**3**a:4)