

7 febbraio 2008

Prova scritta esame

GEOMETRIA II

Durata della prova: 3 ore

1 Nello spazio vettoriale \mathbb{R}^4 è assegnato l'endomorfismo f_k mediante la matrice $M_B(f_k)$ relativa alla base canonica B

$$M_B(f_k) = \begin{bmatrix} 1 & k & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-k \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) Determinare nucleo e immagine di f_k per i valori di k per cui non è un automorfismo.

b) Determinare la matrice $M_{B'}(f_k)$ essendo B' la base i cui elementi sono ordinatamente

$(1, -1, 1, -1)$, $(1, -1, 1, 0)$, $(1, -1, 0, 0)$, $(1, 0, 0, 0)$.

c) Determinare i valori di h per cui la seguente matrice di $M_3(\mathbb{R})$ è diagonalizzabile

$$\begin{bmatrix} h & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2 Nello spazio \mathbb{E}^4 in cui è fissato un riferimento cartesiano di origine 0, sono assegnati il punto $P(1, 1, 1, 1)$ e il piano

$$\alpha: x_1 + x_3 = 0, \quad x_2 + x_4 = 1$$

a) Scrivere un sistema di equazioni parametriche del sottospazio $S(P, \alpha)$.

b) Scrivere un sistema di equazioni di una retta che passa per P ed è sghemba con α .

c) Scrivere un sistema di equazioni di un piano che passa per P ed è sghembo con α .

d) Scrivere una equazione degli iperpiani che contengono il piano α ed hanno distanza $1/2$ da 0.

e) Calcolare la distanza di $P(1, 1, 1, 1)$ dal piano α .

3 Nel piano \mathbb{E}^2 è fissato un riferimento cartesiano.

a) Scrivere le equazioni di una isometria che scambia fra loro gli assi coordinati.

b) Esistono affinità non isometriche che scambiano fra loro gli assi coordinati? (Motivare la risposta).

Punteggio: ogni domanda vale 3 punti.