9 gennaio 2004
Prova scritta esame **Geometria 2**
Durata della prova: **3 ore**

1.Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}^4$ è assegnato l'endomorfismo

$$f_k: (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto (x_1 - 2x_2, 2x_2, 2x_3 + (k-1)x_4, x_3 + x_4)$$

dipendente dal parametro reale k. Determinare:

(a) i valori di k in corrispondenza dei quali f_k è un automorfismo;

(b) una base di $Ker(f_k)$ ed una base di $\mathrm{Im}(f_k)$;
(c) i valori di k per cui f_k è diagonalizzabile.

2.Nello spazio $\mathbf{E}^4$ in cui è fissato un riferimento cartesiano $\Sigma = (O, B)$, $B = (v_1, v_2, v_3, v_4)$, sono assegnati il punto $P(1,0,1,0)$, l'iperpiano π: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 - 4 = 0$ e la retta
r: $x_1 = x_4 + 1$, $x_2 = x_4 - 1$, $x_3 = x_4$. Determinare:

(a) la dimensione del sottospazio $S(\pi, r)$;

(b) una equazione dell'iperpiano per P ortogonale alla direzione di r;

(c) un sistema di equazioni della retta per P, che è incidente r e parallela a π;

(d) le equazioni di una traslazione non identica che porta π in sé;

(e) Le traslazioni che portano π in sé costituiscono un sottogruppo di $Isom(\mathbf{E}^4)$?

3. Qual é la minima dimensione di uno spazio affine $\mathbf{A}^n(K)$ nel quale sono inclusi due sottospazi sghembi di data dimensione $m \geq 1$ ed $m+1$ rispettivamente?

Punteggio: (1a:2), (1b:3), (1c:5), (2a:2), (2b:3), (2c:5), (2d:3), (2c:2), (3:5).