9 febbraio 2004
Prova scritta esame **Geometria 2**
Durata della prova: **3 ore**

1.Nello spazio vettoriale $\mathbf{R}^3$ è assegnata la base $B=(u_1=(1,0,0),\ u_2=(1,1,0),\ u_3=(1,1,1))$ e l'endomorfismo f_k mediante la matrice

$$M_B(f_k)=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 5-k \\ 0 & 4 & 4 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

dipendente dal parametro k. Determinare

(a) una base di $Ker(f_k)$ e di $\mathrm{Im}(f_k)$;

(b) i valori di k in corrispondenza dei quali f_k è diagonalizzabile.

2.Nel piano, in cui è fissato un riferimento cartesiano, sono assegnate le circonferenze

$$\gamma_1\colon x^2+y^2=1 \quad \text{e} \quad \gamma_2\colon (x-2)^2+y^2=1 .$$

Determinare

(a) una equazione delle tangenti comuni a γ_1 e γ_2;

(b) le equazioni delle simmetrie (assiali e centrali) e delle traslazioni che portano γ_1 in γ_2.

(c) Esistono rotazioni di ampiezza $\pi/2$ che portano γ_1 in γ_2? (Motivare la risposta)

3.Nello spazio $\mathbf{E}^4$ nel quale è fissato un riferimento cartesiano, sono assegnati i punti $A(-1,1,1,0)$, $B(0,1,0,1)$, la retta $r\colon x_1=0,\ x_3=0,\ x_2=x_4$ e l'iperpiano $\pi\colon x_1+x_4=0$. Determinare un sistema di equazioni

(a)della retta, a, per A ortogonale a π, e della retta, b, per B parallela ad r;

(b) del sottospazio $S(a,b)$.

Punteggio: (1a:5), (1b:5), (2a:5), (2b:5), (2c:4), (3a:3), (3b:3)