

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Detta $\{e_1, e_2, e_3\}$ la base canonica di \mathbb{R}^3 , Quale dei seguenti insiemi di vettori è una base di \mathbb{R}^3 ?
 a $\{0, e_1, e_2, e_3\}$; b $\{e_1 + e_2, e_1 + e_3, e_2 + e_3\}$; c $\{e_1, e_2\}$; d Nessuna delle precedenti.
2. Le coordinate del vettore $(1, 2, 3)$ rispetto alla base $\{(1, 0, 0), (0, 2, 0), (0, 0, 3)\}$ di \mathbb{R}^3 sono:
 a $(1, 2, 3)$; b $(1, 4, 9)$; c $(1, 1, 1)$; d $(1, 0, 0)$.
3. La dimensione di $V = \{L \in Hom(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3) \text{ tale che } Im(L) \subset Span(1, 1, 1)\}$ è:
 a 6; b 1; c 2; d 4.
4. Sia $f : \mathbb{R}_{\leq 2}[x] \rightarrow \mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ la derivata. La forma di Jordan di f è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
5. La matrice della forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = xx' - 2yx' + y'x$, nella base canonica di \mathbb{R}^2 è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
6. Quale delle seguenti è un'affinità di \mathbb{R}^2 che manda $(0, 0) \mapsto (-1, 1)$, $(1, 0) \mapsto (0, 0)$ e $(1, 1) \mapsto (0, 1)$?
 a $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
7. Sia $w = (1, 0, -1) \in \mathbb{R}^3$ e sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ definita da $f(v) = -v + \langle v, w \rangle w$. Ove $\langle v, w \rangle$ rappresenta il prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 . Quale dei seguenti valori è autovalore di f ?
 a 0; b 1; c 2; d 3.
8. Siano $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e $A' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Le rette di \mathbb{R}^2 definite da $AX = 0$ e $A'X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ sono:
 a uguali; b incidenti; c sghembe; d parallele.
9. In \mathbb{R}^3 la distanza tra l'asse z ed il punto $p = (1, 2, 3)$ è:
 a $\sqrt{3}$; b $\sqrt{5}$; c 3; d 1.
10. L'equazione del piano passante per i punti $(1, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$ e $(0, 1, 1)$ è:
 a $x+y+z=0$; b $x+y+z=1$; c $x+y+z=2$; d $x+y+z=3$.
11. Quale delle seguenti matrici è invertibile?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.
12. Quale delle seguenti basi di \mathbb{R}^3 è ortogonale rispetto al prodotto scalare standard?
 a $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (0, 0, 1)\}$; b $\{(1, 1, 1), (1, -1, 0), (0, -1, 1)\}$; c $\{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$;
 d nessuna delle precedenti.
13. Quale operatore di \mathbb{R}^3 non è autoaggiunto rispetto al prodotto scalare standard? $f(x, y, z) =$
 a (z, y, x) ; b $(x + y + z, x + y + z, x + y + z)$; c (x, y, z) ; d $(x + z, y + z, z)$.
14. In \mathbb{R}^4 sia V definito da $x + y + z + t = 1$ e $W = span(e_2, e_3, e_4)$ (e_1, e_2, e_3, e_4 è la base canonica).
 a $\dim(V \cap W) = 0$; b $\dim(V \cap W) = 1$; c $\dim(V \cap W) = 2$; d $\dim(V \cap W) = 3$.
15. In $(\mathbb{Z}_2)^2$ sia $V = span((1, 0), (1, 1))$. Quanti elementi ha V ?
 a 1; b 2; c 3; d 4.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni devono essere mantenuti spenti. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

5. ♡ 11. ♡

1. b

2. c

3. c

4. a

5. a

6. d

7. b

8. d

9. b

10. c

11. c

12. d

13. d

14. c

15. d

1. ♡ 2. ◇ 3. ♣ 4. ♠ 5. ♡ 6. ♡ 7. ◇ 8. ♣ 9. ♠ 10. ♡ 11. ♡ 12. ◇ 13. ♣ 14. ♠ 15. ♡

Pro-memoria delle risposte fornite (da non consegnare)

1. a b c d

2. a b c d

3. a b c d

4. a b c d

5. a b c d

6. a b c d

7. a b c d

8. a b c d

9. a b c d

10. a b c d

11. a b c d

12. a b c d

13. a b c d

14. a b c d

15. a b c d

1.♥ 2.◇ 3.♣ 4.♠ 5.♥ 6.♥ 7.◇ 8.♣ 9.♠ 10.♥ 11.♥ 12.◇ 13.♣ 14.♠ 15.♥
