

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$? a $0, 1, x, x^2, x^3 - x^2 + x - 1$;
 b x, x^2, x^3 ; c $2 - x, (x + 1)^3, x^2 - x, 3 + x + 4x^2 + x^3$; d nessuno.
2. Sia A una matrice 3×3 a coefficienti reali. Allora $\det(A^t A) = ?$
 a 0; b 1; c $\det A^2$; d Nessuna delle altre.
3. La conica definita dall'equazione $4x^2 + 4xy + y^2 + y = 1$ è:
 a ellisse; b iperbole; c parabola; d coppia di rette.
4. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica associata alla forma quadratica $q(x, y, z) = y^2 + z^2 + 4xy + 2xz$.
 La matrice di b rispetto alla base canonica è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ 6 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5. La dimensione di $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) \mid f(0, 0, 1) = f(0, 1, 0) = 0\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
6. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x - y)$ rispetto alla base $(1, -1), (1, 0)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
7. In \mathbb{R}^3 la distanza del punto $P = (3, 2, 1)$ dalla retta $r = \{y - z - 5 = 0, x = 3\}$ è:
 a $1/\sqrt{2}$; b $1/2$; c $\sqrt{2}$; d $2\sqrt{2}$.
8. In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{2x - y = 1, z = 0\}$ e $s = \{2x - y = 2, z = 1\}$ sono tra loro:
 a parallele; b incidenti; c uguali; d sghembe.
9. Un'applicazione lineare da $\mathbb{K}_{\leq 47}[x] \rightarrow \mathcal{M}_{7 \times 7}(\mathbb{K})$ non può:
 a esistere; b essere iniettiva; c essere suriettiva; d nessuna delle altre.
10. Quale delle seguenti equazioni definisce un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^2 ?
 a $x^2 + y^2 = 1$; b $x^2 + y^2 < 1$; c $x^2 = 0$; d $xy = 0$.
11. Per quali valori di k la matrice $\begin{pmatrix} k & 2 & k-1 \\ 2 & -k-4 & 1 \\ k-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare?
 a nessun valore di k ; b $k > 0$; c $k > -2$; d $0 < k < 2$.
12. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x, y, z) = (x + y, x + 2y, z)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
13. Il polinomio caratteristico di $f(x, y) = (x + y, x + y)$ è:
 a $x(x - 2)$; b $x^2 - 2$; c $(x - 1)^2$; d $x^2 - 1$.
14. In \mathbb{R}^3 l'ortogonale di $(1, 1, -1)$ rispetto al prod. scal. con forma quadratica $x^2 - 2xy + 2y^2 + z^2$ è
 a $z = y$; b $z + y = x$; c $\text{span}(0, 1, -1)$; d $x + y - z = 0$.
15. Quante soluzioni ha in \mathbb{R}^3 il sistema $AX=0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$? a 0; b 1; c ∞ ; d 2.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

1. ♡ 15. ♡

1. a

2. c

3. c

4. d

5. b

6. c

7. d

8. a

9. c

10. c

11. a

12. a

13. a

14. a

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Qual è il vettore di \mathbb{R}^3 che ha coordinate $(1, 2, 1)$ rispetto alla base $e_1 + e_2, e_2 + e_1, e_2 + e_3$?
 a $(1, 2, 1)$; b $(1, 2, 3)$; c $(3, 4, 1)$; d Quella proposta non è una base.
2. Quale matrice commuta con $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$? a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; b A^2 ; c $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
3. La conica di equazione $x^2 - y^2 = 0$ è:
 a retta doppia; b rette incidenti; c rette parallele; d retta semplice.
4. La matrice della forma bilineare di \mathbb{R}^2 data da $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + xx'$, rispetto alla base $\mathcal{B} = \{(-1, 0), (0, -1)\}$ è: a $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.
5. La dimensione di $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) \mid f(0, 0, 1) = f(0, 1, 0) = 0\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
6. Quale tra queste è la matrice di una rotazione di $\frac{\pi}{2}$ in senso orario in \mathbb{R}^2 ?
 a $\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$.
7. In \mathbb{R}^3 la distanza tra il piano $x - y + z = 1$ e $(1, 0, 1)$ è: a 0; b 1; c $\sqrt{3}$; d $\frac{1}{\sqrt{3}}$.
8. Date due rette affini in \mathbb{R}^3 , quale affermazione è falsa? a se si intersecano allora sono contenute in un piano affine; b se sono contenute in un piano allora si intersecano; c se sono sghembe generano \mathbb{R}^3 ; d se le giaciture sono uguali allora sono contenute in un piano affine.
9. La dimensione del ker di $f(x, y, z) = (x, x - y, x)$ è: a 0; b 1; c 2; d 3.
10. La funzione da \mathbb{R}^3 in sé definita da $f(x, y, z) = (z, y, x)$ è:
 a una rotazione; b una riflessione; c una traslazione; d nessuna delle precedenti.
11. Se $A = M^T B M$ con $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ simmetriche e M invertibile: a $\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0$; b $\text{rango } A = \text{rango } B$; c A e B hanno la stessa segnatura; d tutte le precedenti sono vere.
12. Quanti blocchi ha la forma di jordan di $f(x, y, z) = (x + y, x + 2y, z)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
13. Quali dei seguenti può essere autovalore di una funzione F tale che $F^3 = Id$?
 a 0; b 1; c -1; d i.
14. Per quale delle seguenti matrici M esiste α tale che M non sia ortogonale?
 a $\begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$; d Nessuna.
15. Sia W il sottospazio di \mathbb{C}^4 dato da $W = \{x + iy + z + t = 0, 2y - iz = 0, x - iy + t = 0\}$.
 a $\dim(W) = 1$; b $\dim(W) = 2$; c $\dim(W) = 3$; d $\dim(W) = 4$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

1. ♠ 15. ♣

1. d

2. b

3. b

4. c

5. b

6. b

7. d

8. b

9. b

10. b

11. d

12. c

13. b

14. a

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Le coordinate di $(0, 0, 1)$ rispetto alla base $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 1)\}$ di \mathbb{Z}_2^3 sono:
 a $(0, 0, 1)$; b $(1, 0, 1)$; c $(0, 0, 0)$; d $(0, 1, 1)$.
2. Sia $A \in \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})$ e sia $p(x) = (x + 1)^2$. Allora:
 a $P(A) = A$; b $P(A) = 0$; c $P(A) = 0 \Leftrightarrow A = A^{-1}$; d $P(A) = 0 \Rightarrow A = -Id$.
3. La conica definita da $x^2 + y^2 - xy = 1$ è:
 a una coppia di rette; b un'iperbole; c una parabola; d un'ellisse.
4. La matrice associata alla forma bilineare $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1(y_2 - x_2) + x_2y_1$ in base canonica è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d b non è una forma bilineare.
5. Sia $I \subset \mathbb{R}^4$ definito da $I = \{(\sin \theta, \cos \theta, \sin \theta, -\cos \theta) : \theta \in [0, 1]\}$ e sia $W = \text{span}(I)$.
 a $\dim(W) = 4$; b $\dim(W) = 1$; c $\dim(W) = 2$; d $\dim(W) = 3$.
6. La matrice di $f(x, y) = (2x + y, y - x)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1 + e_2$ è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.
7. In \mathbb{R}^3 la distanza tra $P = (1, 0, -1)$ ed il piano $\pi : y - 2z = 3$ è:
 a $-1/\sqrt{5}$; b $1/\sqrt{5}$; c $2/\sqrt{5}$; d $1/\sqrt{14}$.
8. Quali sono equazioni cartesiane per $V = \text{span}\{(0, 0, 0), (i, 0, -i)\} \subseteq \mathbb{C}^3$?
 a $x + y = 0, z = 0$; b $y = 0, x + z = 0$; c $ix + y = 0$; d $ix + y = 0, z = 0$.
9. La dimensione del ker di $f(x, y, z) = (0, 0, 0)$ è: a 0; b 1; c 2; d 3.
10. Quale di questi è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}[x]$?
 a $\{p \mid p(0) = 0\}$; b $\{p \mid p(0) = 1\}$; c $\{p \mid p(0) \neq 0\}$; d nessuno.
11. la segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è? a $(2, 1, 0)$; b $(1, 1, 1)$; c $(0, 1, 1)$; d $(0, 2, 0)$.
12. La forma di Jordan di $f(x, y) = (6x - 4y, 9x - 6y)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.
13. Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice $\begin{pmatrix} k-1 & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ k-1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ è diagonalizzabile?
 a $k \neq 1, 2$; b $k = 2$; c $k \neq 0$; d $k = 1$.
14. L'ortogonale di $(0, -1, 2)$ rispetto a $b(x, y) = x_2y_2 + 2x_2y_3 + 2x_3y_2$ è:
 a $x - 2y = 0$; b $x + 3y + 2z = 0$; c $3y - 2z = 0$; d $x - y = 2z$.
15. In \mathbb{R}^3 quante soluzioni ha il sistema $\begin{cases} x - z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ a 0; b 1; c 2; d ∞ .

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

1. \diamond 15. \spadesuit

1. b

2. c

3. d

4. b

5. c

6. a

7. b

8. b

9. d

10. a

11. a

12. b

13. a

14. c

15. d

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(x+1)(x+2)$ rispetto alla base $\{x+1, x^2+x, 1\}$ sono:
 a $(1, 1, 1)$; b $(-1, 0, 1)$; c $(2, 1, 0)$; d $(2, 1, -1)$.
2. L'inversa di $A = \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$ è: a A non è invertibile; b $\frac{A+A^T}{2}$; c A^2 ; d $\frac{1}{2}A^T$.
3. La conica di equazione $x^2 - y^2 + x - y + 1 = 0$ è:
 a un'ellisse reale; b una parabola; c un'iperbole; d l'insieme vuoto.
4. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 + 2xy + y^2 + 2z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: a $(1, 2, 0)$; b $(2, 1, 0)$; c $(1, 0, 2)$; d $(1, 1, 1)$.
5. Sia $I \subset \mathbb{R}^4$ definito da $I = \{(\sin \theta, \cos \theta, \sin \theta, -\cos \theta) : \theta \in [0, 1]\}$ e sia $W = \text{span}(I)$.
 a $\dim(W) = 4$; b $\dim(W) = 1$; c $\dim(W) = 2$; d $\dim(W) = 3$.
6. La matrice di $f(x, y) = (2x + y, y - x)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1 + e_2$ è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.
7. In \mathbb{R}^3 , la distanza tra $P = (1, -1, 1)$ ed l'asse Y è: a 0; b 1; c -1; d $\sqrt{2}$.
8. La retta di \mathbb{R}^3 ortogonale al piano $\pi : x - y + z + 1 = 0$ e passante per $P = (1, 0, 2)$ è:
 a $(t, -t + 1, t + 1)$; b $x = y + 1, z = 2$; c $(t, t - 1, 2)$; d $x = y + 1, z = -y + 2$.
9. Sia $f \in \text{hom}(V, W)$. Se $\dim(V) = \dim(W) < \infty$ allora: a f è invertibile;
 b $\dim(\text{Imm } f) = \dim(\ker f)$; c $\text{Imm } f = W$; d f è iniettiva se e solo se è suriettiva.
10. Un sottoinsieme W di \mathbb{R}^n è un sottospazio se: a Contiene lo zero; b $\{v \in \mathbb{R}^n : v \notin W\}$ è un sottospazio; c Esiste $f \in \text{End}(\mathbb{R}^n)$ t.c. $W = \ker(f)$; d Nessuna delle precedenti.
11. Per quali dei seguenti valori di x l'applicazione lineare associata alla matrice $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ x & 2x \end{pmatrix}$ risulta autoaggiunta rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 ?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
12. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? a 1; b 2; c 3; d 4.
13. Sia $A \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$ diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se $m_a(0) = 2$ ha allora:
 a $\text{rango}(A) = 2$; b $\dim(\ker A) = 1$; c $\dim(\ker A) < 2$; d $\text{rango}(A) \geq 3$.
14. La proiezione ortogonale di $(3, 2, 1)$ lungo $(1, 1, 1)$ è:
 a $(2, 2, 2)$; b $(1, 1, 1)$; c $(18/\sqrt{14}, 12/\sqrt{14}, 6/\sqrt{14})$; d $(-18/\sqrt{14}, 12/\sqrt{14}, -6/\sqrt{14})$.
15. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Quante soluzioni ha in \mathbb{Z}_2^3 il sistema $AX = 0$?
 a 0; b 1; c 2; d ∞ .

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

1. ♣ 15. ♥

1. c

2. a

3. c

4. a

5. c

6. a

7. d

8. a

9. d

10. c

11. d

12. c

13. a

14. a

15. b