

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^3$ il sistema $\begin{cases} x = 0 \\ z + y = 0 \end{cases}$? a infinite; b 0; c 1; d 2.
2. La matrice associata a $f(x, y) = (x, x + y)$ rispetto alla base $(1, -1), (1, 0)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$
3. In \mathbb{R}^3 siano $V = \text{span}\{(1, -2, 0), (0, 1, 3)\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$. La dimensione di $V \cap W$ è: a 0; b 1; c 2; d 3.
4. Quale tra queste matrici è diagonalizzabile?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 8 \\ 1 & 2 & 0 \\ 8 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 21 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.
5. In \mathbb{R}^3 siano $p_1 = (1, 1, 1)$ e $p_2 = (-1, -1, -1)$. La retta per p_1 e p_2 è:
 a $x - y = y - z = 1$; b $x + y + z = 0$; c $\text{span}(1, 1, 1)$; d $\text{span}(p_2 - p_1) + (1, 1, 0)$.
6. In \mathbb{R}^3 la distanza del punto $P = (3, 2, 1)$ dalla retta $r = \{y - z - 5 = 0, x = 3\}$ è:
 a $1/\sqrt{2}$; b $1/2$; c $\sqrt{2}$; d $2\sqrt{2}$.
7. La proiezione ortogonale di $(3, 2, 1)$ lungo $(1, 1, 1)$ è:
 a $(2, 2, 2)$; b $(1, 1, 1)$; c $(18/\sqrt{14}, 12/\sqrt{14}, 6/\sqrt{14})$; d $(-18/\sqrt{14}, 12/\sqrt{14}, -6/\sqrt{14})$.
8. La dimensione di $\{f \in \text{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = f(e_2), \text{Imm } f \subset \text{span}\{e_3, e_1 + e_2\}\}$ è:
 a 3; b 5; c 6; d 4.
9. Dato $\{i, x + i, (x + i)^2, (ix - 1)^2\}$, rimuovendo quale elemento si ottiene una base di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$?
 a i ; b $x + i$; c $(x + i)^2$; d nessuno dei precedenti.
10. La forma bilineare su $\mathbb{R}_{<2}[x]$ definita da $b(p, q) = (pq)'(1)$ è:
 a un prodotto scalare; b simmetrica; c definita positiva; d nessuna delle altre.
11. L'inversa di $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è: a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
12. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - 4y + z = 0, z - x = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?
 a $x = y = s, z = 4s$; b $x = s, y = 3s, z = s$; c $x = z = t, y = \frac{t}{2}$; d nessuna.
13. Per quali valori di t la matrice $\begin{pmatrix} t+1 & 2 & t \\ 2 & -t-5 & 1 \\ t & 1 & 1 \end{pmatrix}$ rappresenta un prodotto scalare?
 a $-1 < t < 1$; b $t > 1$; c $t < -1$; d per nessun valore di t .
14. Le coordinate di $(1 + i, -1 + i, i)$ rispetto alla base $\{(0, 1, 1), (1, i - 1, 0), (0, i, 0)\}$ di \mathbb{C}^3 sono:
 a $(i, 1 + i, -i)$; b $(i, 1 + i, i)$; c $(i, 1, i)$; d $(1 + i, -1)$.
15. Sia $A \in \mathcal{M}_{4 \times 4}(\mathbb{C})$ non diagonalizzabile con autovalori $0, 1, -1$. Se 0 ha molteplicità algebrica 2 allora: a $\ker A = 0$; b $\dim(\ker A) = 1$; c $\text{rango}(A) \leq 2$ d $\text{rango}(A) > 3$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. ♣ 9. ♥ 10. ♠

1. d

2. b

3. b

4. b

5. c

6. d

7. a

8. d

9. c

10. b

11. b

12. c

13. d

14. a

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1, 1), (1, 0)$ è: a $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. In \mathbb{R}^4 la dimensione di $\text{span}\{x + y = 1, z + 2 = x, t = 3\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
3. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ è: a $(0, 2, 0)$; b $(0, 1, 2)$; c $(1, 1, 0)$; d $(0, 1, 0)$.
4. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x, y, z) = (x, 2x + y, 3x + 2y + z)$? a 1; b 2; c 3; d 4.
5. Quale matrice è simile a $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$? a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
6. Quale tra questi endomorfismi di \mathbb{R}^2 è triangolabile?
 a $f(x, y) = (3y, -x)$; b entrambi; c nessuno; d $f(x, y) = (\pi x, -x + 19y)$.
7. Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = 3 \int_0^4 p(x)q(x)dx$ è:
 a $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.
8. Il rango della matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
9. Sia $f(x, y, z) = (2x, y, x + y + z)$. Quali dei seguenti è autovettore di f ?
 a $(2, -1, -1)$; b $(1, 0, 1)$; c $(1, 2, 3)$; d Nessuno dei precedenti.
10. Le coordinate di $(0, 0, 1)$ rispetto alla base $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (1, 0, 1)\}$ di \mathbb{Z}_2^3 sono:
 a $(0, 0, 1)$; b $(1, 0, 1)$; c $(0, 0, 0)$; d $(0, 1, 1)$.
11. Siano dati in \mathbb{R}^3 i sottospazi $V = \text{span}\{(1, 1, 1)\}$ e $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y - z = 0\}$. Quale tra questi spazi ha dimensione minore? a V ; b $V + W$; c $V \cap W$; d W .
12. La dimensione di \mathbb{C} su \mathbb{R} è: a 1; b 2; c 3; d 4.
13. Quale delle seguenti espressioni per $f(X)$ rappresenta un'isometria di \mathbb{R}^2 che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(0, 0)$ in $(0, 0)$?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X$; d Nessuna delle precedenti.
14. Se v_1, \dots, v_n sono dei generatori di uno spazio vettoriale V , allora: a sono linearmente indipendenti; b $\dim(V) = n$; c V ha dimensione finita; d nessuna delle precedenti.
15. In \mathbb{R}^3 le rette $r : \{x = y = z + 1\}$ ed $s(t) = (1, t, 2t)$ sono tra loro
 a parallele; b incidenti; c sghembe; d uguali.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. ♣ 9. ♠ 10. ♥

1. b

2. b

3. a

4. c

5. a

6. d

7. d

8. c

9. b

10. b

11. c

12. b

13. d

14. c

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Sia $f(x, y, z) = (2x, y, x + y + z)$. Quali dei seguenti è autovettore di f ?
 a $(2, -1, -1)$; b $(1, 0, 1)$; c $(1, 2, 3)$; d Nessuno dei precedenti.
2. In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{(x, y, z) : x - y = y - z = 0\}$ ed $s = \text{span}(1, 1, 1)$ sono tra loro:
 a parallele; b sghembe; c incidenti; d uguali.
3. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$? a nessuno;
 b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
4. La matrice della forma bilineare $b((x, y), (x', y')) = xx' - 2yx' + y'x$, nella base canonica di \mathbb{R}^2 è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
5. La conica di equazione $x^2 - y^2 = 0$ è:
 a retta doppia; b rette incidenti; c rette parallele; d retta semplice.
6. Quale di questi insiemi di vettori genera $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a $x, x^2, (x + 1)^3, x^4$;
 b $x^3, (x + 1)^3, x^2 - x + 1, ix, (x - i)^2$; c $x^2, (x + 1)^3, x^2 - x, ix$; d $x, (x + i)^3, ix$.
7. Quali sono equazioni cartesiane per $\text{span}\{(1, 2, 0, 0), (0, 1, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^4$? a $2x + 3y - z = 0, t - x = 0$;
 b $z = 0, 6x - 3y - t = 0$; c $x + y = 0, x - 3t = 0$; d $6x - 3y + 2z + t = 0$.
8. Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su \mathbb{R} ?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.
9. Quale di queste applicazioni non è lineare? a $f(x, y) = x + 2y$; b $A \mapsto A^T$;
 c $f(x, y, z) = (2z - x, y - 3x, z - 4x)$; d $A \mapsto \det(A)$.
10. Qual è la dimensione massima dei blocchi della forma di jordan di $f(x, y, z) = (x, 2x + y, 3x + 2y + z)$? a 1; b 2; c 3; d 4.
11. In \mathbb{R}^3 , la distanza tra il piano $\pi : x - y + z = 1$ ed il punto $P = (0, -1, 0)$ è:
 a 0; b 1; c $\sqrt{3}$; d $1/\sqrt{3}$.
12. Se $f \in \text{hom}(V, W)$ con V, W spazi vettoriali di dimensione finita, allora: a $\text{Imm } f \neq \{0\}$;
 b $\dim(\text{Imm } f) > \dim(\ker f)$; c $\ker f \neq \{0\}$; d $\dim(\text{Imm } f) \leq \dim(V)$.
13. La dimensione di $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) \mid f(0, 0, 1) = f(0, 1, 0)\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
14. Sia A una matrice 3×3 invertibile a coefficienti reali. Allora $\det(AA^{-1}) = ?$
 a $(\det A)^2$; b 0; c 1; d 9.
15. Quali vettori sono ortogonali per il prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 ? a $(1, 0, 1), (0, -2, 1)$;
 b $(1, 1, 1), (-1, -1, 1)$; c $(3, 0, 1), (0, -2, 0)$; d nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. ♣ 9. ♣ 10. ◇

1. b

2. d

3. b

4. a

5. b

6. b

7. b

8. a

9. d

10. c

11. a

12. d

13. d

14. c

15. c

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La matrice della rotazione in senso antiorario di $\pi/4$ rispetto alla base canonica di \mathbb{R}^2 è:

a $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; b $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; d $\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$.

2. In $(\mathbb{Z}_2)^2$ quanti elementi ha $\text{span}((1,0), (1,1))$? a 1; b 2; c 3; d 4.

3. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$ è: a 0; b 1; c 2; d 3.

4. In \mathbb{R}^3 le rette $r(t) = (1-t, t-1, 2)$ ed $s(t) = (t-1, 1-t, 1)$ sono tra loro:

a uguali; b parallele; c sghembe; d incidenti.

5. Quale di queste è una base di $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$? a $1, x+1, x^2+x+1, x-1$;

b $(x-1)^2, x, x^2-x+1$; c $1, x+1, x^2+2x+2$; d $x^2-x-2, 2x+1, 2x^2-3$.

6. In $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$, le coordinate di $(1+x)^2$ rispetto alla base $v_1 = 1+x, v_2 = 1, v_3 = 1+x+x^2$ sono:

a $(1, -1, 1)$; b $(2, 0, 0)$; c $(-1, 1, 1)$; d $(1, 0, 0)^2$.

7. Quali dei seguenti elementi di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ sono linearmente indipendenti tra loro?

a $1, 1+x, 1-x$; b $(1+x), (x-1)$; c $0, x, (1+x)^3$; d $1, x, 1-x, 2-x^2$.

8. Quale matrice è simile a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$? a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

9. Sia W sottospazio di V . Qual è falsa? a Ogni sottospazio di V interseca W ; b Ogni sottospazio di W è sottospazio di V ; c Ogni base di V contiene un vettore di W ; d Nessuna.

10. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x-4y+z=0, z-x=0\} \subseteq \mathbb{R}^3$?

a $x=y=s, z=4s$; b $x=s, y=3s, z=s$; c $x=z=t, y=\frac{t}{2}$; d nessuna.

11. L'ortogonale di $C = \{(t, t^2, t^2) : t \in \mathbb{R}\}$ rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 è:

a $y=z$; b $\text{span}(0, 1, -1)$; c $\{0\}$; d $y=x^2, y-z=0$.

12. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ e sia $f \in \text{End}(\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R}))$ definito da $f(X) = XA$. Quale dei seguenti è autovettore di f ?

a $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

13. Quale delle seguenti matrici di $\mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ è invertibile?

a $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

14. Sia $f \in \text{hom}(V, W)$. Se $\dim(V) = \dim(W) < \infty$ allora: a f è invertibile;

b $\dim(\text{Imm } f) = \dim(\ker f)$; c $\text{Imm } f = W$; d f è iniettiva se e solo se è suriettiva.

15. La dimensione di $V = \{f \in \text{End}(\mathbb{R}^3) \mid f(e_1) = (1, 0, 2), \ker(f) = \text{span}(e_1 - e_3)\}$ è:

a 6; b 4; c 3; d V non è uno spazio vettoriale.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. ♠ 9. ◇ 10. ♣

1. a

2. d

3. b

4. b

5. c

6. a

7. b

8. c

9. c

10. c

11. b

12. c

13. c

14. d

15. d

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. Quale delle seguenti è una base di $\mathbb{C}_{\leq 3}[x]$? a $1 + ix + x^2, 1 + (1 - i)x^2, 2i - x + x^2, x^3$;
 b $x^2 + 1, x + i, x^3$; c $1, x, x^2$; d nessuna delle precedenti.
2. Per quali dei seguenti valori di x la matrice $\begin{pmatrix} e^x & \log x \\ 0 & e^x \end{pmatrix}$ risulta diagonalizzabile su \mathbb{R} ?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
3. Quali sono equazioni parametriche per $V = \{x - 2y + z = 0\} \subseteq \mathbb{R}^3$? a $x = 2s - t, y = s, z = t$;
 b $x = 2s, y = 2s, z = 3t$; c $x = s - t, y = s, z = t$; d $x = y = z = s$.
4. Un'applicazione lineare iniettiva da \mathbb{R}^3 a \mathbb{R}^3 :
 a ha il nucleo non banale; b è sempre invertibile; c è unica; d non esiste.
5. La matrice associata a $f(x, y) = (2x + y, y - x)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
6. In $(\mathbb{Z}_2)^2$ quanti elementi ha $\text{span}((1, 0), (1, 1))$? a 1; b 2; c 3; d 4.
7. La dimensione di $\text{span}\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y - 1 = 0, z + x - t = 0, y + z - t = 1\}$ è:
 a 1; b 2; c 3; d 4.
8. Sia $V = (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^2$. Quale delle seguenti affermazioni vale $\forall v \in V$?
 a $v^2 = 0$; b $v \neq 0$; c $v = -v$; d nessuna delle altre.
9. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1, 2), (3, 4)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 16 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 5 & 11 \\ 11 & 25 \end{pmatrix}$.
10. Se $A = M^T B M$ con $A, B \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R})$ simmetriche e M invertibile: a $\det A = 0 \Leftrightarrow \det B = 0$;
 b $\text{rango } A = \text{rango } B$; c A e B hanno la stessa segnatura; d tutte le precedenti sono vere.
11. Quale tra questi endomorfismi di \mathbb{R}^2 è triangolabile?
 a $f(x, y) = (3y, -x)$; b entrambi; c nessuno; d $f(x, y) = (\pi x, -x + 19y)$.
12. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy + z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: a $(0, 2, 1)$; b $(2, 1, 0)$; c $(0, 1, 2)$; d $(1, 1, 1)$.
13. Quale matrice commuta con $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$? a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; b A^2 ; c $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.
14. Quali delle seguenti formule definisce un'applicazione lineare $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$? $f(x, y, z) =$
 a $(x + y)^2 - (x - y)^2 + z - 4xy$; b $2x + 4xy$; c $2x + 1$; d $x^2 + y + x$.
15. Le coordinate di $(i - ix)^2$ rispetto alla base $\{i, ix, x^2 - i\}$ di $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ sono:
 a $(1, -2i, 1)$; b $(i, -2i, 0)$; c $(i, -i)^2$; d $(i - 1, -2i, -1)$.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. ♠ 9. ♣ 10. ♠

1. a

2. a

3. a

4. b

5. d

6. d

7. b

8. c

9. d

10. d

11. d

12. a

13. b

14. a

15. d

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Quale base è ortonormale per il prodotto scalare standard di \mathbb{R}^2 ?
 a $e_1, -e_2$; b $e_1 + 2e_2, e_1 - e_2$; c $e_1 - e_2, 2e_1 + e_2$; d nessuna delle altre.
- Quali delle seguenti matrici rappresenta un endomorfismo diagonalizzabile su \mathbb{R} ?
 a Nessuno degli altri; b $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{pmatrix}$.
- Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}_2)^4$ sistema $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$? a 1; b 2; c 4; d 6.
- In \mathbb{R}^3 , la distanza tra il piano $\pi : x - y + z = 1$ ed il punto $P = (0, -1, 0)$ è:
 a 0; b 1; c $\sqrt{3}$; d $1/\sqrt{3}$.
- La conica definita dall'equazione $x^2 + xy = 1$ è:
 a ellisse; b iperbole; c parabola; d coppia di rette.
- Un sotto insieme A di uno spazio vettoriale V è un sottospazio vettoriale se:
 a $\text{span}(A) \subseteq A$; b Contiene lo zero; c Non contiene lo zero; d Nessuna delle altre.
- In \mathbb{R}^3 la retta parallela a $s = \{y = x + 1, 2x - z = 3\}$ e passante per $(-1, 1, 3)$ è:
 a $(t, t - 2, 2t + 5)$; b $(t, -t - 2, 2t + 5)$; c $(t, t + 2, 2t + 5)$; d $(-t, t, 2t + 1)$.
- Sia A una matrice 3×3 invertibile a coefficienti reali. Allora $\det(AA^{-1}) = ?$
 a $(\det A)^2$; b 0; c 1; d 9.
- Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$? a 1; b 2; c 3; d 4.
- Quale dei seguenti è un spazio vettoriale? a $\{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è diagonalizzabile}\}$;
 b $\{p \in \mathbb{R}[x] : p(1) = 0\}$; c $\{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è invertibile}\}$; d nessuno dei precedenti.
- Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i \\ i & 1 & 1+i & 1-i \end{pmatrix}$. Il rango di $A^T A$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
- Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; d tutte le precedenti.
- Quale delle seguenti è una base di \mathbb{C}^2 ?
 a $(1, 1), (i, i)$; b $(1, 0), (0, 1), (0, i)$; c $(1, 0), (0, i)$; d nessuna delle precedenti.
- La matrice della forma $b(x, y) = x_1y_1 - 2x_3y_2 + 4x_2y_3$ su \mathbb{R}^3 rispetto alla base $(e_1 + e_2, e_1 - e_2, 2e_3)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 1 & 1 & -8 \\ -4 & 4 & 0 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.
- Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
 a $k \neq \pm 1$; b $k \neq 0$; c $k \neq 0, 1$; d Il sistema ha sempre soluzione.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. ♡ 9. ♡ 10. ♣

1. a

2. b

3. c

4. a

5. b

6. a

7. c

8. c

9. c

10. b

11. b

12. b

13. c

14. c

15. b

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- L'ortogonale di $\text{span}((1, -2, 0), (1, 1, -1))$ rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 è:
 a $x = 2y, z = x + y$; b $\text{span}(0, 1, 1)$; c $\{0\}$; d $2x + y + 3z = 0$.
- Sia $f \in \text{hom}(V, W)$. Se $\dim(V) = \dim(W) < \infty$ allora: a f è invertibile;
 b $\dim(\text{Imm } f) = \dim(\ker f)$; c $\text{Imm } f = W$; d f è iniettiva se e solo se è suriettiva.
- In \mathbb{R}^3 la distanza tra $(1, 0, 3)$ ed il piano passante per i punti $(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 2)$ è:
 a 1; b 2; c 3; d 4.
- In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{x = y + z = 1\}$ e $s = \text{span}\{(0, 1, -1)\} + (1, 0, 0)$ sono tra loro:
 a sghembe; b parallele; c incidenti; d coincidenti.
- Un sottoinsieme di uno spazio vettoriale V è un sottospazio vettoriale se: a Contiene lo zero;
 b è chiuso per somma e prodotto; c non contiene lo zero; d nessuna delle altre.
- In \mathbb{R}^3 la dimensione di $\text{span}\{x = y = z = 1\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
- Quali dei seguenti elementi di $\mathbb{R}_{<3}[x]$ sono linearmente indipendenti tra loro?
 a $1, 1 + x, 1 - x$; b $x^2, (x + 1)^2, 1 + x, 2$; c $x, (1 + x)^3$; d $0, 1, x, x^2, x^3$.
- Le coordinate di $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ rispetto alla base $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} i & i \\ i & i \end{pmatrix}$ di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{C})$ sono:
 a $(-i, 0, i, -i)$; b $(i, 0, -i, i)$; c $(0, 0, 1, 1)$; d nessuna delle altre.
- Quale tra questi endomorfismi di \mathbb{R}^2 è triangolabile?
 a $f(x, y) = (3y, -x)$; b entrambi; c nessuno; d $f(x, y) = (\pi x, -x + 19y)$.
- Quale insieme genera $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$? a $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$;
 c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- Siano $B = ((1, 0), (1, 1))$ e $B' = ((1, -1), (1, 0))$ due basi di \mathbb{R}^2 e sia $f \in \text{End}(\mathbb{R}^2)$ definita da $f(x, y) = (x + y, x - y)$. La matrice associata a f nella base B in partenza e B' in arrivo è:
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.
- Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^4)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy + zt$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è:
 a $(1, 2, 1)$; b $(0, 2, 2)$; c $(2, 1, 1)$; d $(1, 1, 2)$.
- Quanti blocchi ha la forma di Jordan di $f(x, y, z, s, t) = (0, -y + z, -y + z, t, 0)$?
 a 1; b 2; c 3; d 4.
- La matrice di $f(x, y) = (2x + y, y - x)$ nella base di \mathbb{R}^2 formata da $v_1 = e_2, v_2 = e_1 + e_2$ è:
 a $\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.
- Quale delle seguenti matrici è ortogonale?
 a $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d tutte le precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. ♡ 9. ♠ 10. ◇

1. a

2. d

3. a

4. b

5. b

6. a

7. c

8. a

9. d

10. c

11. d

12. b

13. c

14. a

15. d

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

- Un sotto insieme A di uno spazio vettoriale V è un sottospazio vettoriale se:
 - a) Contiene lo zero; b) non contiene lo zero; c) $\text{span}(A) = A$; d) nessuna delle altre.
- In \mathbb{R}^3 , la distanza tra il piano $\pi : x - y + z = 1$ ed il punto $P = (0, -1, 0)$ è:
 - a) 0; b) 1; c) $\sqrt{3}$; d) $1/\sqrt{3}$.
- In \mathbb{R}^4 l'ortogonale di $\text{span}\{e_1 + e_2, e_3 - e_4\}$ è:
 - a) $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$;
 - b) $\text{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$; c) $\text{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$; d) $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = y, z = -t\}$.
- Quante soluzioni ha in $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^4$ il sistema $\begin{cases} t - z = 0 \\ x = x \end{cases}$
 - a) 0; b) 4; c) 8; d) infinite.
- La conica definita da $x^2 + y^2 - 4xy = 1$ è:
 - a) ellisse; b) iperbole; c) parabola; d) un punto.
- In \mathbb{R}^3 la dimensione di $\text{span}\{x = y = z = 1\}$ è:
 - a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.
- La dimensione di $\{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^2) \mid f(0, 0, 1) = f(0, 1, 0)\}$ è:
 - a) 1; b) 2; c) 3; d) 4.
- In \mathbb{R}^4 , le coordinate di $(1, 2, 3, 4)$ nella base $v_1 = (1, 1, 1, 1)$, $v_2 = (0, 1, 1, 1)$, $v_3 = (0, 0, 1, 1)$, $v_4 = (0, 0, 0, 1)$ sono:
 - a) $(1, 2, 3, 4)$; b) $(1, 1, 1, 1)$; c) $(4, 3, 2, 1)$; d) Nessuna delle altre.
- Quanti blocchi ha la forma di Jordan della matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$?
 - a) 1; b) 2; c) 3; d) La matrice non ammette forma di Jordan.
- Sia $f \in \text{hom}(\mathbb{R}_{\leq 2}[x], \mathbb{R}_{\leq 3}[x])$ dato da $f(p) = xp(x)$. La sua matrice nella base canonica è:
 - a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; d) nessuna delle precedenti.
- Su $\mathbb{R}_{\leq 1}[x]$ con base $1, x$, la matrice associata al prodotto scalare $\langle p, q \rangle = 6 \int_0^1 p(x)q(x)dx$ è:
 - a) $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 8/3 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 12 & 24 \\ 24 & 64 \end{pmatrix}$.
- Su $V = \mathbb{R}$ con l'usuale $+$ definiamo il prodotto per elementi di \mathbb{Z}_2 : $1 \cdot v = v$ e $0 \cdot v = 0$. La dimensione di V su \mathbb{Z}_2 è:
 - a) 0; b) 1; c) ∞ ; d) V non è spazio vettoriale su \mathbb{Z}_2 .
- In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{x = y + z = 1\}$ e $s = \text{span}\{(0, 1, -1)\} + (1, 0, 0)$ sono tra loro:
 - a) sghembe; b) parallele; c) incidenti; d) coincidenti.
- Quale tra queste è la matrice di una simmetria rispetto all'asse x in \mathbb{R}^2 ?
 - a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.
- Qual è base di $(\mathbb{Z}_2)^3$?
 - a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; d) Nessuna.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. \diamond 9. \clubsuit 10. \heartsuit

1. c

2. a

3. c

4. c

5. b

6. a

7. d

8. b

9. c

10. c

11. a

12. d

13. b

14. c

15. d

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. La dimensione di $\text{hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$ è: a 3; b 4; c 5; d 6.
2. Sia W un sottospazio di uno spazio vettoriale V . Se $V \neq W$, allora:
 a V ha una base fatta di vettori che non stanno in W ; b Ogni base di V contiene una base di W ;
 c Ogni base di V si estende a base di W ; d Nessuna delle precedenti.
3. Il rango di $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
4. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$ la forma simmetrica con forma quadratica $x^2 - y^2 + 2xy$. La matrice di b rispetto alla base $(1, 1), (1, 0)$ è: a $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
5. Un'applicazione lineare da $\mathbb{K}_{\leq 47}[x] \rightarrow \mathcal{M}_{7 \times 7}(\mathbb{K})$ non può:
 a esistere; b essere iniettiva; c essere suriettiva; d nessuna delle altre.
6. Quale tra questi endomorfismi di \mathbb{R}^2 è triangolabile?
 a $f(x, y) = (11x, 10x + 9y)$; b $f(x, y) = (3y, -x)$; c $f(x, y) = (x - 2y, 2x - y)$; d nessuno.
7. L'ortogonale di $\text{span}((1, -2, 0), (1, 1, -1))$ rispetto al prodotto scalare standard di \mathbb{R}^3 è:
 a $x = 2y, z = x + y$; b $\text{span}(0, 1, 1)$; c $\{0\}$; d $2x + y + 3z = 0$.
8. in \mathbb{R}^4 la dimensione dello spazio delle soluzioni di $Ax = 0$ con $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ è:
 a 1; b 2; c 3; d 4.
9. Quali delle seguenti è una matrice ortogonale?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
10. Le coordinate di $(x + 1)^2$ rispetto alla base $\{1, x + 1, x^2 + 1\}$ di $\mathbb{Z}_{2 \leq 2}[x]$ sono:
 a $(1, 0, 1)$; b $(1, 1, 0)$; c $(0, 0, 0)$; d $(0, 0, 1)$.
11. In \mathbb{R}^3 le rette $r = \{(x, y, z) : x - y = y - z = 0\}$ ed $s = \text{span}(1, 1, 1)$ sono tra loro:
 a parallele; b sghembe; c incidenti; d uguali.
12. In \mathbb{R}^3 la dimensione di $\text{span}\{xyz = 0\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
13. La forma bilineare di \mathbb{R}^2 associata a $\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ è definita positiva:
 a mai; b sempre; c solo se $x > 0$; d solo se $x \neq 0$.
14. Se 1 è autovalore per un endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ allora $f(x) - x$ è:
 a iniettiva; b invertibile; c suriettiva; d nessuna delle precedenti.
15. La funzione da \mathbb{R}^3 in sé definita da $f(x, y, z) = (z, y, -x)$ è:
 a una rotazione; b una riflessione; c una traslazione; d nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. \diamond 9. \diamond 10. \spadesuit

1. d

2. a

3. c

4. b

5. c

6. a

7. a

8. b

9. d

10. d

11. d

12. c

13. c

14. d

15. a

Nome _____ Cognome _____ Matricola _____

1. In \mathbb{R}^3 la dimensione di $\text{span}\{x = y = z = 1\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
2. Sia $A = \begin{pmatrix} k+2 & -1 \\ k & k^2 \end{pmatrix}$ e $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Per quali k il sistema $AX = b$ ha soluzione?
 a $k \neq \pm 1$; b $k \neq 0$; c $k \neq -1$; d Il sistema ha sempre soluzione.
3. In \mathbb{R}^3 le rette $r(t) = (t, t-1, t+1)$ ed $s = \{x-y=0, z=1\}$ sono tra loro
 a sghembe; b incidenti; c parallele; d coincidenti.
4. In \mathbb{R}^3 le coordinate baricentriche di $P = (1, 1, 0)$ rispetto a $P_0 = e_1, P_1 = e_2, P_2 = e_3$ sono:
 a $(1, 1, 0)$; b $(0, 1, 1)$; c $(1, 0, 1)$; d P non appartiene al piano passante per P_0, P_1, P_2
5. La matrice associata al prodotto scalare standard rispetto alla base $(1, 0), (1, -1)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 0 & \sqrt{2} \end{pmatrix}$; d $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
6. Il polinomio caratteristico di $f(x, y, z) = (x+y+z, x-y-2z, z)$ è
 a $(x+1)(x-1)(1-x)$; b x^2-1 ; c $(1-x)(x^2-2)$; d $(x+1)^3$.
7. Quale delle seguenti matrici di $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{Z}_2)$ non commuta con $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$?
 a $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; d Commutano tutte le precedenti.
8. Quali dei seguenti elementi di $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$ sono linearmente indipendenti tra loro?
 a $1, 1+x, 1-x$; b $(1+x), (x-1)$; c $0, x, (1+x)^3$; d $1, x, 1-x, 2-x^2$.
9. Quale delle seguenti espressioni per $f(X)$ rappresenta una rotazione di \mathbb{R}^2 ?
 a $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X$; b $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} X$; d Nessuna delle altre.
10. In \mathbb{R}^4 siano $V = \text{span}\{e_2, e_1 + 2e_4\}$ e $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x-2y=0, 3t+z=0\}$.
 La dimensione di $V+W$ è: a 4; b 3; c 2; d 1.
11. Sia $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^3)$ la forma simmetrica con forma quadratica $2xy + z^2$. La segnatura (n_0, n_+, n_-) di b è: a $(0, 2, 1)$; b $(2, 1, 0)$; c $(0, 1, 2)$; d $(1, 1, 1)$.
12. Se W è sottospazio di V con $k = \dim W < \dim V$: a ogni base di V ha k vettori in W ; b V non ha basi senza vettori in W ; c V ha una base senza vettori in W ; d nessuna delle altre.
13. La dimensione di $\{f \in \text{hom}(\mathbb{C}^3, \mathbb{C}^2) \mid f(e_2) = (1, i)\}$ è: a 1; b 2; c 3; d 4.
14. La conica di equazione $(x+1)^2 - (y-1)^2 - 4x - 2y - 1 = 0$ è:
 a una parabola; b un'ellisse; c una coppia di retta incidenti; d un'iperbole.
15. La matrice associata a $f(x, y) = (2x, x-y)$ rispetto alla base $(1, 1), (1, 0)$ è:
 a $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$; b $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$; c $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$; d nessuna delle precedenti.

Il foglio deve essere intestato immediatamente con nome, cognome e matricola. Deve essere esibito il libretto o un documento. Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. I telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 3 punti, ogni risposta errata vale -1. Le risposte omesse valgono 0. Va consegnato SOLO questo foglio.

Risposte esatte

8. ♠ 9. ♠ 10. ♠

1. a

2. c

3. a

4. d

5. b

6. c

7. d

8. b

9. c

10. a

11. a

12. c

13. d

14. d

15. c