

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La dimensione di  $\{f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2 : f(1, 1, 0) \in \text{span}(1, 1)\}$  è:  a 6;  b 5;  c 4;  d 3
2. Una base delle soluzioni del sistema 
$$\begin{cases} y + 2z = 0 \\ x + y + 2z + t = 0 \\ 2x - y - 2z + 2t = 0 \end{cases}$$
 è:  
 a  $(1, 2, -1, -1), (1, 0, 0, -1)$ ;  b  $(1, 0, 0, 1), (1, -2, 1, 1)$ ;  c  $(0, 2, -1, 0)$ ;  d non esiste.
3. La conica di equazione  $(x + y)^2 = 9$  è una:  
 a ellisse;  b coppia di rette incidenti;  c iperbole;  d coppia di rette parallele.
4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ?  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
5. Quale di queste applicazioni è lineare?  
 a  $f(x, y) = (x + 2, y - 1)$ ;  b  $A \mapsto A^{-1}$ ;  c  $A \mapsto \det(A)$ ;  d  $f(x, y, z) = x$ .
6. La matrice del coniugio di  $\mathbb{C}$  rispetto alla base  $\{1, i\}$  su  $\mathbb{R}$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
7. La matrice della forma bilineare di  $\mathbb{R}^2$  data da  $b((x, y), (x', y')) = xy' + x'y + xx'$ , rispetto alla base  $\mathcal{B} = \{(-1, 0), (0, -1)\}$  è:  a  $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ .
8. La forma bilineare di  $\mathbb{R}^2$  associata a  $\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  è definita positiva:  
 a mai;  b sempre;  c solo se  $x > 0$ ;  d solo se  $x \neq 0$ .
9. Gli autovalori di  $f(x, y, z) = (x, -2y + z, z)$  sono:  a 1, -2;  b -1, 0;  c 1, -1, 0;  d 1, 0, 2.
10. Siano dati in  $\mathbb{R}^3$  i sottospazi  $V = \text{span}\{(1, 1, 1)\}$  e  $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y - z = 0\}$ . Quale tra questi spazi ha dimensione minore?  a  $V$ ;  b  $V + W$ ;  c  $V \cap W$ ;  d  $W$ .
11. In  $\mathbb{R}^2$  la dimensione di  $\text{span}\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = 1\}$  è:  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
12. La proiezione ortogonale di  $(1, 1, 0)$  lungo  $(4, -2, 2)$  è:  
 a  $(1/6, -1/12, -1/12)$ ;  b  $(-1/3, 1/6, 1/6)$ ;  c  $(1/6, -1/12, 1/12)$ ;  d  $(1/3, -1/6, 1/6)$ .
13. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in  $\mathbb{R}[x]$ ?  a  $x^2, (x + 1)^2, 2x, 1$ ;  b  $(1 + x)^{78}, (x - x^2 + 3)^{15}$ ;  c  $(x + 1)(x - 1), x + 1, x - 1, 1, x^2$ ;  d nessuno.
14. Scrivere equazioni cartesiane per  $V = \text{span}\{(1, -1, 0), (0, 0, -3)\} \subseteq \mathbb{R}^3$ .  
 a  $x + y - z = 0$ ;  b  $3x + 3y + z = 0$ ;  c  $x + y = 0$ ;  d  $x + y = 0, z = 0$ .
15. L'inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  è:  a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ .

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

## Risposte esatte

1. ♡ 2. ♡

1. b

2. a

3. d

4. c

5. d

6. c

7. c

8. c

9. a

10. c

11. b

12. d

13. b

14. c

15. b

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La dimensione di  $\text{hom}(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3)$  è:  a 3;  b 4;  c 5;  d 6.
2. Quante soluzioni ha il sistema  $\begin{cases} -y + z = 0 \\ z = y \end{cases}$  in  $(\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3$ ?  a 0;  b 4;  c 2;  d infinite.
3. In  $\mathbb{R}^3$  le rette  $r = \{(x, y, z) : x - y = y - z = 1\}$  ed  $s = \text{span}(1, 2, 1)$  sono tra loro:  a parallele;  b sghembe;  c incidenti;  d uguali.
4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan della matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ?  
 a 1;  b 2;  c 3;  d La matrice non ammette forma di Jordan.
5. Detti  $x = (x_1, x_2, x_3)$  e  $y = (y_1, y_2, y_3)$ , quale tra queste è una forma bilineare?  
 a  $f(x, y) = x_1y_2 - 34x_1y_1$ ;  b  $f(x, y) = x_2y_2 + 1$ ;  c  $f(x, y) = 2x_1y_2 - 2y_1y_2$ ;  d  $f(x, y) = x_1y_2 - y_1^2$ .
6. La matrice del coniugio di  $\mathbb{C}$  rispetto alla base  $\{1, i\}$  su  $\mathbb{R}$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
7. La matrice della forma  $b(x, y) = 2x_1y_1 - 3x_2y_1 + x_3y_2$  rispetto alla base  $\{e_3, e_2, e_1\}$  di  $\mathbb{R}^3$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. La segnatura di  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  è:  a (0, 1, 2);  b (1, 1, 1);  c (2, 0, 1);  d (0, 2, 1).
9. Quale tra questi endomorfismi di  $\mathbb{R}^2$  è triangolabile:  a  $f(x, y) = (\frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{1}{2}y, \frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y)$ ;  
 b  $f(x, y) = (\frac{\sqrt{2}}{2}x - \frac{\sqrt{2}}{2}y, \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}y)$ ;  c  $f(x, y) = (\pi x, \log(47)x + y)$ ;  d nessuno.
10. Siano  $V = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x = 0, y = z - t\}$  e  $W = \text{span}\{(0, 1, 1, 0), (0, 0, 1, 1)\}$ . Qual è la dimensione di  $V \cap W$ ?  a 0;  b 1;  c 2;  d 3.
11. Quale dei seguenti non è un spazio vettoriale?  a  $\{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{C}) : A \text{ è diagonale}\}$ ;  
 b  $\{p \in \mathbb{R}[x] : \deg(p) \geq 2\}$ ;  c  $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ continua}\}$ ;  d sono tutti spazi vettoriali.
12. In  $\mathbb{R}^4$  l'ortogonale di  $\text{span}\{e_1 - e_2, e_3 + e_4\}$  è:  a  $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x + y = 0\}$ ;  
 b  $\text{span}\{e_1 + e_2 + e_3, e_3 - e_1\}$ ;  c  $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 3y = 0, z + t = 0\}$ ;  d  $\text{span}\{e_1 + e_2, e_3 - e_4\}$ .
13. Quale di questi è un insieme di vettori linearmente indipendenti in  $\mathbb{C}[x]$ ?  
 a  $x^2, (ix)^2$ ;  b  $x^2, ix^2$ ;  c  $-x, x^2 - 1, (x + i)^2$ ;  d nessuno.
14. L'equazione del piano passante per  $(1, 0, 0), (0, 1, 1)$  e  $(0, -2, 0)$  è  
 a  $2x - y + 3z = 2$ ;  b  $x + y + z = 0$ ;  c  $2x - y + 3z = 0$ ;  d nessuna
15. Il rango di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$  è:  a 0;  b 1;  c 2;  d 3.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

## Risposte esatte

1. ♠ 2. ♠

1. d

2. b

3. b

4. b

5. a

6. c

7. a

8. d

9. c

10. c

11. b

12. d

13. d

14. a

15. b

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La dimensione del ker di  $f(x, y, z) = (x, x - y, x)$  è:  a) 0;  b) 1;  c) 2;  d) 3.
2. Quante soluzioni ha in  $(\mathbb{Z}_2)^4$  sistema  $\begin{cases} x + y + z = 0 \\ y + t = 0 \end{cases}$  ?  a) 1;  b) 2;  c) 4;  d) 6.
3. In  $\mathbb{R}^3$  le rette  $r(t) = (1 - t, t - 1, 2)$  ed  $s(t) = (t - 1, 1 - t, 1)$  sono tra loro:  
 a) uguali;  b) parallele;  c) sghembe;  d) incidenti.
4. La forma di Jordan di  $f(x, y) = (6x - 4y, -4x + 6y)$  è:  
 a)  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 10 \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d) nessuna delle precedenti.
5. Quali delle seguenti espressioni per  $b((x, y), (x', y'))$  definisce un'applicazione bilineare?  
 a)  $(x + y)^2 + (x' + y')^2$ ;  b)  $xx' + 2xy' + yy'$ ;  c)  $x^2 + 2xy + y^2$ ;  d)  $x - y'$ .
6. La matrice associata a  $f(x, y) = (2x + y, y - x)$  nella base di  $\mathbb{R}^2$  formata da  $v_1 = e_2, v_2 = e_1$  è:  
 a)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ;  d)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ .
7. La matrice associata alla forma bilineare  $b((x, y), (x', y')) = (x + y)(x' - y')$  in base canonica è:  
 a)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  d)  $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .
8. Per quali  $x \in \mathbb{R}$  la forma bilineare di  $\mathbb{R}^2$  associata a  $\begin{pmatrix} x^2 + 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  è definita positiva?  
 a) per nessun  $x$ ;  b) per ogni  $x$ ;  c) solo se  $x > 0$ ;  d) solo se  $x \neq 0$ .
9. Se  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$  non è diagonalizzabile, allora sicuramente:  a)  $f$  è invertibile;  
 b)  $f$  non ha autovettori;  c)  $f$  ha al più due autovalori distinti;  d) nessuna delle precedenti.
10. Quanti elementi ha  $\{(x, y, z) \in (\mathbb{Z}_2)^3 \mid x + y = 0, z - y = 0\}$ ?  a) 1;  b) 2;  c) 6;  d) 4.
11. Se  $U \subset W$  sono sottospazi di  $V$  allora necessariamente  
 a)  $U + W = V$ ;  b)  $U + W = W$ ;  c)  $U + W = U$ ;  d)  $U \cap W = 0$ .
12. Quale delle seguenti matrici è ortogonale?  
 a)  $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d) tutte le precedenti.
13. Quali dei seguenti elementi di  $\mathbb{R}_{\leq 3}[x]$  sono linearmente indipendenti tra loro?  
 a)  $1, 1 + x, 1 - x$ ;  b)  $(1 + x), (x - 1)$ ;  c)  $0, x, (1 + x)^3$ ;  d)  $1, x, 1 - x, 2 - x^2$ .
14. Quali sono equazioni cartesiane per  $V = \text{span}\{(i, -i, 0), (0, 1, 0)\} \subseteq \mathbb{C}^3$ ?  
 a)  $z = 0$ ;  b)  $z = i$ ;  c)  $x + y = 0$ ;  d) nessuna delle precedenti.
15. Calcolare l'inversa di  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .  
 a)  $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{2} \\ \frac{-3}{2} & \frac{-1}{2} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} -1 & \frac{-3}{2} & 0 \\ -1 & \frac{2}{2} & \frac{-3}{2} \\ \frac{-1}{2} & -1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} -4 & -2 & 6 \\ 1 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

## Risposte esatte

1. ♣ 2. ♣

1. b

2. c

3. b

4. a

5. b

6. d

7. d

8. b

9. c

10. b

11. b

12. d

13. b

14. a

15. a

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. L'immagine dell'applicazione lineare da  $\mathbb{R}^4$  a  $\mathbb{R}^3$  associata alla matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  ha dimensione:  a) 0;  b) 2;  c) 4;  d) nessuna delle precedenti.
2. In  $\mathbb{C}^3$  quante soluzioni ha il sistema  $\begin{cases} x + iz = 0 \\ ix + y + z = 0 \\ y + 2z = -1 \end{cases}$   a) 0;  b) 1;  c) 2;  d)  $\infty$ .
3. In  $\mathbb{R}^3$ , la distanza tra  $(1, -2, 1)$  ed il piano  $y - 2x + 2z = 2$  è:  a)  $4/3$ ;  b)  $2/3$ ;  c) 0;  d)  $5/3$ .
4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di  $f(x, y, z, s, t) = (0, -y + z, -y + z, t, 0)$ ?  a) 1;  b) 2;  c) 3;  d) 4.
5. Quale di queste applicazioni non è lineare?  a)  $f(x, y) = 3x$ ;  b)  $A \mapsto A^{-1}$ ;  c)  $f(x, y, z) = (2y - 2x, 4x, 3z - 4x)$ ;  d)  $A \mapsto A^T$ .
6. La matrice della riflessione di  $\mathbb{R}^3$  rispetto al piano  $XY$ , nella base  $\{(1, 1, 1), (0, 0, 1), (0, 1, -2)\}$  è:  a)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .
7. La matrice associata alla forma bilineare  $b((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_2 + x_2y_1$  in base canonica è:  a)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b)  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ;  c)  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ ;  d)  $b$  non è una forma bilineare.
8. La segnatura  $(n_0, n_+, n_-)$  della forma bilineare associata alla matrice  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  è:  a) (1, 2, 3);  b) (0, 1, 2);  c) (0, 2, 1);  d) (1, 0, 2).
9. Sia  $f : \mathbb{C}^4 \rightarrow \mathbb{C}^4$  definita da  $f(x, y, z, t) = (y, -x, iz, it)$ . La molteplicità geometrica di  $i$  è:  a) 1;  b) 2;  c) 3;  d) 4.
10. In  $\mathbb{R}^3$  la dimensione di  $\text{span}\{xyz = 0\}$  è:  a) 1;  b) 2;  c) 3;  d) 4.
11. Sia  $A$  un sottoinsieme di uno spazio vettoriale  $V$ . Lo  $\text{span}$  di  $A$  è sempre:  a) uno spazio vettoriale;  b) uguale a  $V$ ;  c) contenuto in  $A$ ;  d) una base di  $V$ .
12. In  $\mathbb{R}^3$  l'ortogonale di  $(1, 1, -1)$  rispetto al prod. scal. con forma quadratica  $x^2 + 2xy + 2y^2 + z^2$  è:  a)  $z = x + y$ ;  b)  $z = 2x + 3y$ ;  c)  $\text{span}(2, 3, -1)$ ;  d)  $2x + y + 3z = 0$ .
13. Quale dei seguenti insiemi di vettori costituisce una base per  $\mathbb{R}_{\leq 2}[x]$ ?  a)  $1, -1, x$ ;  b)  $1, x$ ;  c)  $x - 1, x + 1, (x - 1)(x + 1)$ ;  d)  $1, x, x^2, x^3$ .
14. L'equazione della retta parallela a  $r(t) = (t, t + 1, 2t - 3)$  e passante per  $(-1, 1, 3)$  è:  a)  $y = x + 2, 2x + 5 = z$ ;  b)  $y = -x, z + 2x = 1$ ;  c)  $(t, t - 2, 2t + 5)$ ;  d)  $(-t, t, 2t + 1)$ .
15. Sia  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & i \\ i & 1 & 1 + i & 1 - i \end{pmatrix}$ . Il rango di  $A^T A$  è:  a) 1;  b) 2;  c) 3;  d) 4.

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

## Risposte esatte

1.  $\diamond$  2.  $\diamond$

1. b

2. a

3. a

4. c

5. b

6. a

7. b

8. c

9. c

10. c

11. a

12. b

13. c

14. a

15. b

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Matricola \_\_\_\_\_

1. La dimensione di  $V = \{f \in \text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3) \mid \text{Imm}(f) \subseteq \text{span}(e_1)\}$  è:  a 1;  b 3;  c 6;  d  $V$  non è uno sottospazio di  $\text{hom}(\mathbb{R}^3, \mathbb{R}^3)$ .
2. Una base dello spazio delle soluzioni del sistema  $AX = 0$  con  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  è:  
 a  $(1, 0, 0)$ ;  b  $(0, 1, 0)$ ;  c  $(0, 0, 1)$ ;  d Nessuna delle altre.
3. La conica di equazione  $x^2 - y^2 + x - y + 1 = 0$  è:  
 a un'ellisse reale;  b una parabola;  c un'iperbole;  d l'insieme vuoto.
4. Quanti blocchi ha la forma di Jordan di  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ?  a 1;  b 2;  c 3;  d 4.
5. Quale di queste applicazioni non è lineare?  
 a  $f(x, y) = x + 2y$ ;  b  $A \mapsto A^T$ ;  c  $f(x, y, z) = (2z - x, y - 3x, z - 4x)$ ;  d  $A \mapsto \det(A)$ .
6. La matrice della riflessione di  $\mathbb{R}^3$  rispetto al piano  $XY$ , nella base  $\{(1, 1, 1), (0, 0, 1), (0, 1, -2)\}$  è:  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & -4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .
7. Sia  $b \in \text{bil}(\mathbb{R}^2)$  la forma simmetrica con forma quadratica  $x^2 - y^2 + 2xy$ . La matrice di  $b$  rispetto alla base  $(1, 1), (1, 0)$  è:  a  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
8. La forma bilineare associata a  $\begin{pmatrix} 0 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$  è definita positiva:  
 a mai;  b sempre;  c solo se  $x > 0$ ;  d solo se  $x \neq 0$ .
9. Quale di questi è un autovettore di  $f \in \text{End}(\mathbb{R}^3)$ ,  $f(x, y, z) = (2x - y, x + z, -x + y)$ ?  
 a  $(1, 1, -1)$ ;  b  $(2, -2, 0)$ ;  c  $(2, 2, 1)$ ;  d  $(1, 1, 0)$ .
10. In  $\mathbb{R}^4$  siano  $V = \text{span}\{e_2, e_1 + 2e_4\}$  e  $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid x - 2y = 0, 3t + z = 0\}$ . La dimensione di  $V + W$  è:  a 4;  b 3;  c 2;  d 1.
11. In  $\mathbb{R}^4$  siano  $V = \begin{cases} y - t = 0 \\ x = 2z \end{cases}$  e  $W = \text{span}((2, 2, 1, 2), (1, 1, 1, 1), (0, 0, 1, 0))$ . Si ha:  
 a  $\dim(V + W) = 2$ ;  b  $\dim(V + W) = 3$ ;  c  $W \subset V$ ;  d  $\dim(V + W) = 4$ .
12. L'ortogonale di  $(1, -1, 3)$  rispetto a  $b(x, y) = 2x_2y_2 + x_2y_3 + x_3y_2$  è:  
 a  $y - z = 0$ ;  b  $x + 2y + 2z = 0$ ;  c  $y + 6x = 0$ ;  d  $x - y = 3z$ .
13. Quale delle seguenti è una base di  $\mathbb{C}_{\leq 2}[x]$ ?  a  $1 + ix - x^2, 1 + (1 - i)x^2, 2i - x + x^2$ ;  
 b  $x^2 + 1, x - i, x + i$ ;  c  $x, x^2$ ;  d  $1 + x - ix^2, x^2 + i, x$ .
14. Le equazioni cartesiane per  $V = \text{span}\{(1, 2, 3), (0, 0, 0)\} \subseteq \mathbb{R}^3$  sono:  
 a  $y - 2x = 0, z = 0$ ;  b  $y - 2x = 0, z - 3x = 0$ ;  c  $y - 2x = 0$ ;  d  $z - 3x = 0$ .
15. Quale delle seguenti matrici di  $\mathcal{M}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$  è invertibile?  
 a  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ;  b  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ ;  c  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$ ;  d  $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ .

Non è concesso alzarsi prima del termine né chiedere chiarimenti. Telefoni, tablet, smartwatch e quant'altro deve essere mantenuto spento. Sul tavolo è consentito avere solo i fogli forniti e una penna. Prima di consegnare bisogna annotare le risposte date sul foglio fornito. Ogni risposta esatta vale 2 punti, ogni risposta errata vale -2. Le risposte omesse valgono -1. Il voto dello scritto si ottiene sommando 10 al punteggio ottenuto nel test. Va consegnato SOLO questo foglio.

## Risposte esatte

1. ♣ 2. ♥

1. b

2. a

3. c

4. b

5. d

6. a

7. b

8. a

9. d

10. a

11. b

12. a

13. b

14. b

15. c