

## Registro delle Lezioni - Docente: Patrizio Frosini (Matr. 030431)

## 2023/2024 - 29228 - GEOMETRIA E ALGEBRA T

Corso di laurea: 9254-INGEGNERIA INFORMATICA - Ciclo: 1 - Cfu: 6  
 Ore assegnate: 60 ore - Ore complessive: 60 ore - Ore tenute: 60 ore

## Lezioni

Data e ora	Argomenti	Durata (Min.)	Luogo	Tenuto da altri
1. 20/09/2023 ore 13:00	Presentazione del corso. Prerequisiti. Gruppi e gruppi commutativi. Gruppo $S_n$ delle permutazioni su $n$ elementi. Esempi ed esercizi.	120	Aula 6.2	
2. 21/09/2023 ore 09:00	Strutture algebriche. Gruppi, anelli, campi. Anello delle classi di resto. Anello delle matrici reali $2 \times 2$ . Divisori dello zero. I campi non possono contenere divisori dello zero.	120	Aula Pincherle	
3. 22/09/2023 ore 12:00	L'anello delle classi di resto modulo $n$ è un campo se e solo se $n$ è un numero primo. Introduzione alle matrici. Somma e prodotto di matrici. Proprietà associativa del prodotto fra matrici. Esempi.	120	Aula Pincherle	
4. 27/09/2023 ore 13:00	Matrici. Operazioni su matrici. Trasposta di una matrice. Matrici triangolari, diagonali, simmetriche e antisimmetriche. Matrice identica. Anello delle matrici quadrate. Matrici invertibili. Esempi.	120	Aula 6.2	
5. 28/09/2023 ore 09:00	Definizione di spazio vettoriale. Esempi. Combinazioni lineari di vettori. Lineare dipendenza e indipendenza di vettori.	120	Aula Pincherle	
6. 29/09/2023 ore 12:00	Sistemi di generatori. Basi. Coordinate di un vettore rispetto a una base. Ogni spazio vettoriale ammette almeno una base. Esempi.	120	Aula Pincherle	
7. 05/10/2023 ore 09:00	Omomorfismi e isomorfismi tra strutture algebriche e fra spazi vettoriali. Esempi. Cardinalità. La cardinalità di un insieme $X$ è sempre strettamente minore della cardinalità dell'insieme delle parti di $X$ .	120	Aula Pincherle	
8. 06/10/2023 ore 12:00	Gli omomorfismi iniettivi portano insiemi linearmente indipendenti in insiemi linearmente indipendenti. Gli omomorfismi suriettivi portano sistemi di generatori in sistemi di generatori. Isomorfismo canonico fra uno spazio vettoriale dotato di una base e $\mathbb{R}^n$ . Riduzione di Gauss, forme ridotte e forme completamente ridotte di matrici.	120	Aula Pincherle	
9. 11/10/2023 ore 13:00	Spazio delle righe e spazio delle colonne di una matrice. La riduzione di Gauss conserva lo spazio generato dalle righe e le dipendenze lineari fra le colonne. Ogni sistema di generatori ha cardinalità non inferiore a quella di ogni insieme linearmente indipendente. Due basi hanno sempre la stessa cardinalità. Dimensione di un spazio vettoriale.	120	Aula 6.2	
10. 12/10/2023 ore 09:00	Chiusura lineare. Teorema del completamento a una base. Due spazi vettoriali sullo stesso campo sono isomorfi se e solo se hanno la stessa dimensione. Sottostrutture algebriche e sottospazi vettoriali. Esempi di Sottostrutture algebriche e di sottospazi vettoriali.	120	Aula Pincherle	
11. 13/10/2023 ore 12:00	Esercizi su sistemi di generatori e insiemi linearmente indipendenti. Sottospazi vettoriali intersezione. Sottospazi vettoriali somma e somma diretta. Relazione di Grassmann.	120	Aula Pincherle	
12. 18/10/2023 ore 13:00	Matrici quadrate invertibili. Inversa di una matrice quadrata. Calcolo dell'inversa di una matrice col metodo delle matrici affiancate. Risoluzione di un sistema lineare col metodo di Gauss.	120	Aula 6.2	
13. 19/10/2023 ore 09:00	Rango di una matrice. Teorema di Rouché-Capelli. Dimensione dello spazio delle soluzioni di un sistema lineare. Sistemi lineari omogenei. Nucleo e immagine di una trasformazione lineare.	120	Aula Pincherle	
14. 25/10/2023 ore 13:00	Equazione dimensionale. Iniettività e suriettività di trasformazioni lineari.	120	Aula 6.2	
15. 26/10/2023 ore 09:00	Rappresentazione matriciale delle trasformazioni lineari. Esempi.	120	Aula Pincherle	
16. 27/10/2023 ore 12:00	La dimensione dell'immagine di una trasformazione lineare coincide col rango della matrice associata. Esercizio sull'individuazione dell'immagine e del nucleo di una trasformazione lineare. La composizione di due trasformazioni lineari è ancora una trasformazione lineare. Proprietà delle matrici associate a trasformazioni lineari. Matrice del cambiamento di base.	120	Aula Pincherle	
17. 02/11/2023 ore 09:00	Esercitazione sul calcolo della matrice del cambiamento di base. Una matrice quadrata è invertibile se e solo se ha rango massimo. Teorema fondamentale delle trasformazioni lineari. Matrici simili.	120	Aula Pincherle	
18. 09/11/2023 ore 09:00	La relazione di similitudine fra matrici è una relazione di equivalenza. Definizione di determinante. Calcolo del determinante secondo Laplace. Il determinante visto come volume.	120	Aula Pincherle	
19. 10/11/2023 ore 12:00	Le principali proprietà del determinante. Enunciato del teorema di Binet. Il determinante è l'unica funzione multilineare, alternante e normalizzata sull'insieme delle matrici quadrate. Esempi di calcolo del determinante.	120	Aula Pincherle	
20. 15/11/2023 ore 13:00	Il determinante di una matrice quadrata $A$ è non nullo se e solo se $A$ ha rango massimo. Una matrice quadrata è invertibile se e solo se ha determinante non nullo. Teorema di Kronecker sul rango. Discussione di sistemi lineari tramite il teorema di Kronecker.	120	Aula 6.2	
21. 16/11/2023 ore 09:00	Calcolo dell'inversa di una matrice quadrata col metodo dei cofattori. Regola di Cramer. Esercitazione sul calcolo del rango di una matrice parametrica.	120	Aula Pincherle	
22. 17/11/2023 ore 12:00	Autovalori, autovettori e autospazi. Polinomio caratteristico. Esempi.	120	Aula Pincherle	
23. 22/11/2023 ore 13:00	Molteplicità algebriche e geometriche di autovalori e loro proprietà. Endomorfismi semplici e matrici diagonalizzabili. Esercitazione sulla diagonalizzabilità di matrici quadrate reali.	120	Aula 6.2	
24. 23/11/2023 ore 09:00	Ogni matrice quadrata reale di ordine dispari ha almeno un autovalore reale. L'unione di basi di autospazi associati ad autovalori distinti è un insieme linearmente indipendente. Un endomorfismo $f: V \rightarrow V$ è semplice se e solo se la somma delle molteplicità geometriche dei suoi autovalori è uguale alla dimensione di $V$ . Se un endomorfismo $f: V \rightarrow V$ ha $n = \dim V$ autovalori distinti con $n = \dim V$ , allora è semplice. Ogni matrice simmetrica reale è diagonalizzabile per similitudine. Esercitazione sulla diagonalizzabilità di matrici quadrate reali parametriche.	120	Aula Pincherle	
25. 29/11/2023 ore 13:00	Rilevazione delle opinioni degli studenti. Forme bilineari e loro rappresentazione matriciale.	120	Aula 6.2	
26. 30/11/2023 ore 09:00	Prodotti scalari. Spazi euclidei. Matrici ortogonali. Esercitazione sui prodotti scalari.	120	Aula Pincherle	
27. 01/12/2023 ore 12:00	Norma indotta da un prodotto scalare e sue principali proprietà. Ortogonalità fra vettori. Angolo fra due vettori. Distanze. Distanza indotta da una norma. Basi ortogonali e ortonormali. Coordinate rispetto a una base ortonormale.	120	Aula Pincherle	
28. 06/12/2023 ore 13:00	Ogni insieme di vettori non nulli a due a due ortogonali è linearmente indipendente. Metodo di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt. Teorema del completamento a una base ortonormale ed esistenza di basi ortonormali. Complemento ortogonale e sua dimensione.	120	Aula 6.2	
29. 07/12/2023 ore 09:00	Esercitazione sul calcolo del complemento ortogonale. Isometrie e matrici ortogonali. Orientazione di una base. Ogni matrice ortogonale di ordine dispari e determinante positivo ammette 1 come autovalore. Prodotto vettoriale.	120	Aula Pincherle	
30. 13/12/2023 ore 13:00	Sistemi di riferimento cartesiani. Parallelismo, ortogonalità e incidenza per rette e piani nello spazio euclideo tridimensionale. CONCLUSIONE DEL CORSO.	120	Aula 6.2	