Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^9$.
   A) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.
   B) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
   C) T ammette almeno un autovalore reale.
   D) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.

2) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite ($n > 0$)
   A) è necessariamente privo di soluzioni.
   B) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   C) può essere privo di soluzioni.
   D) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

3) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è
   A) una retta parallela all'asse y.
   B) un punto del piano xy.
   C) una retta ortogonale all'asse y.
   D) una retta non ortogonale al piano xy.

4) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) 0
   B) 1
   C) -1
   D) 1000

5) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.
   B) $f(x, y) = y$.
   C) $f(x, y) = 5xy$.
   D) $f(x, y) = x^1 + y^1$.

6) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) può essere iniettiva.
   B) può essere suriettiva.
   C) non può essere né suriettiva né iniettiva.
   D) non può essere biiettiva.

7) In $\mathcal{M}_2(I\!R)$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

A) sono simili.

B) non sono simili.

C) sono congruenti.

D) non sono congruenti.

8) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):

A) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.

B) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.

C) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(I\!R)$ a traccia nulla.

D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ derivabili.

9) In $I\!R^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U

A) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.

B) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.

C) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.

D) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
   A) biiettiva.
   B) iniettiva ma non suriettiva.
   C) suriettiva ma non iniettiva.
   D) né suriettiva né iniettiva.

2) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U
   A) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$
   B) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.
   C) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.
   D) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.

3) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.
   B) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   C) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   D) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.

4) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è
   A) 1000
   B) 0
   C) 1
   D) -1

5) Un sistema lineare di n equazioni in $n + 1$ incognite $(n > 0)$
   A) è necessariamente privo di soluzioni.
   B) può essere privo di soluzioni.
   C) ha sempre infinite soluzioni.
   D) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

6) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
A) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.
B) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.
C) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.
D) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.

7) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(0, 2)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
A) $f(x, y) = -x^8 - y^8$.
B) $f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.
C) $f(x, y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.
D) $f(x, y) = -2x^2 - 4y^2$.

8) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
A) una retta parallela all'asse x.
B) una retta ortogonale all'asse y.
C) un punto del piano xz.
D) una retta ortogonale al piano xz.

9) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
A) non sono congruenti.
B) non sono simili.
C) sono congruenti.
D) sono simili.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite $(n > 0)$
   A) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   B) è necessariamente privo di soluzioni.
   C) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   D) può essere privo di soluzioni.

2) Si dica quali delle seguenti funzioni da $I\!R^2$ in $I\!R$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $I\!R^2$:
   A) $f(x, y) = x^1 + y^1$.
   B) $f(x, y) = 5xy$.
   C) $f(x, y) = y$.
   D) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.

3) Sia $T : I\!R^8 \to I\!R^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) non può essere biiettiva.
   B) non può essere né suriettiva né iniettiva.
   C) può essere suriettiva.
   D) può essere iniettiva.

4) In $\mathcal{M}_2(I\!R)$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) sono simili.
   B) sono congruenti.
   C) non sono congruenti.
   D) non sono simili.

5) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è
   A) una retta non ortogonale al piano xy.
   B) una retta parallela all'asse y.
   C) un punto del piano xy.
   D) una retta ortogonale all'asse y.

6) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) 1000
   B) -1
   C) 1
   D) 0

7) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   B) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ integrabili.
   D) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.

8) In $I\!R^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U
   A) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
   B) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.
   C) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$
   D) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.

9) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $I\!R^9$.
   A) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.
   B) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.
   C) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
   D) T ammette almeno un autovalore reale.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U
   A) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.
   B) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.
   C) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$
   D) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.

2) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(0, 2)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = -2x^2 - 4y^2$.
   B) $f(x, y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.
   C) $f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.
   D) $f(x, y) = -x^8 - y^8$.

3) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
   A) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.
   B) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.
   C) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.
   D) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.

4) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
   A) né suriettiva né iniettiva.
   B) suriettiva ma non iniettiva.
   C) iniettiva ma non suriettiva.
   D) biiettiva.

5) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
   B) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.
   D) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.

6) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

A) non sono simili.
B) sono congruenti.
C) non sono congruenti.
D) sono simili.

7) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è

A) una retta ortogonale al piano xz.
B) una retta ortogonale all'asse y.
C) una retta parallela all'asse x.
D) un punto del piano xz.

8) Un sistema lineare di n equazioni in $n+1$ incognite $(n > 0)$

A) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
B) può essere privo di soluzioni.
C) è necessariamente privo di soluzioni.
D) ha sempre infinite soluzioni.

9) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è

A) -1
B) 1
C) 0
D) 1000

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Un sistema lineare di n equazioni in $n+1$ incognite ($n > 0$)
   A) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   B) è necessariamente privo di soluzioni.
   C) può essere privo di soluzioni.
   D) ha sempre infinite soluzioni.

2) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
   A) una retta ortogonale al piano xz.
   B) una retta parallela all'asse x.
   C) una retta ortogonale all'asse y.
   D) un punto del piano xz.

3) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.
   C) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.
   D) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.

4) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) 1
   B) 0
   C) 1000
   D) -1

5) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = y$.
   B) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.
   C) $f(x, y) = x^1 + y^1$.
   D) $f(x, y) = 5xy$.

6) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) può essere suriettiva.
   B) può essere iniettiva.
   C) non può essere biiettiva.
   D) non può essere né suriettiva né iniettiva.

7) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

A) non sono simili.

B) non sono congruenti.

C) sono simili.

D) sono congruenti.

8) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U

A) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.

B) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

C) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.

D) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.

9) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:

A) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.

B) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.

C) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.

D) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) sono congruenti.
   B) sono simili.
   C) non sono simili.
   D) non sono congruenti.

2) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
   A) iniettiva ma non suriettiva.
   B) biiettiva.
   C) suriettiva ma non iniettiva.
   D) né suriettiva né iniettiva.

3) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite $(n > 0)$
   A) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   B) può essere privo di soluzioni.
   C) è necessariamente privo di soluzioni.
   D) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

4) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^9$.
   A) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
   B) T ammette almeno un autovalore reale.
   C) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.
   D) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.

5) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   B) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   C) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.

6) In $I\!R^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U

A) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.

B) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.

C) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.

D) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

7) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è

A) 0

B) 1000

C) 1

D) -1

8) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è

A) un punto del piano xy.

B) una retta ortogonale all'asse y.

C) una retta parallela all'asse y.

D) una retta non ortogonale al piano xy.

9) Si dica quali delle seguenti funzioni da $I\!R^2$ in $I\!R$ sono forme quadratiche di segnatura $(0, 2)$ sullo spazio vettoriale $I\!R^2$:

A) $f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.

B) $f(x, y) = -x^8 - y^8$.

C) $f(x, y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.

D) $f(x, y) = -2x^2 - 4y^2$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Un sistema lineare di n equazioni in $n+1$ incognite ($n > 0$)
   A) può essere privo di soluzioni.
   B) ha sempre infinite soluzioni.
   C) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   D) è necessariamente privo di soluzioni.

2) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
   A) una retta ortogonale all'asse y.
   B) un punto del piano xz.
   C) una retta ortogonale al piano xz.
   D) una retta parallela all'asse x.

3) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) 1
   B) -1
   C) 0
   D) 1000

4) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = y$.
   B) $f(x, y) = 5xy$.
   C) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.
   D) $f(x, y) = x^1 + y^1$.

5) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U
   A) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
   B) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$
   C) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.
   D) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.

6) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
   A) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.
   B) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.
   C) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.
   D) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.

7) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) può essere suriettiva.
   B) non può essere né suriettiva né iniettiva.
   C) può essere iniettiva.
   D) non può essere biiettiva.

8) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) sono simili.
   B) non sono congruenti.
   C) non sono simili.
   D) sono congruenti.

9) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.
   C) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   D) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Si dica quali delle seguenti funzioni da $I\!R^2$ in $I\!R$ sono forme quadratiche di segnatura $(0, 2)$ sullo spazio vettoriale $I\!R^2$:
A) $f(x, y) = -x^8 - y^8$.
B) $f(x, y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.
C) $f(x, y) = -2x^2 - 4y^2$.
D) $f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.

2) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
A) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(I\!R)$ a traccia nulla.
B) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
C) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.
D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ derivabili.

3) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $I\!R^9$.
A) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.
B) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
C) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.
D) T ammette almeno un autovalore reale.

4) In $I\!R^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U
A) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.
B) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.
C) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
D) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

5) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è
A) una retta parallela all'asse y.
B) un punto del piano xy.
C) una retta non ortogonale al piano xy.
D) una retta ortogonale all'asse y.

6) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite $(n > 0)$
   A) è necessariamente privo di soluzioni.
   B) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   C) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   D) può essere privo di soluzioni.

7) Sia $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
   A) biiettiva.
   B) suriettiva ma non iniettiva.
   C) né suriettiva né iniettiva.
   D) iniettiva ma non suriettiva.

8) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è
   A) 1000
   B) 1
   C) -1
   D) 0

9) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
   A) sono congruenti.
   B) non sono simili.
   C) sono simili.
   D) non sono congruenti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è
A) un punto del piano xy.
B) una retta non ortogonale al piano xy.
C) una retta ortogonale all'asse y.
D) una retta parallela all'asse y.

2) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
A) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
B) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.
C) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.
D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.

3) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U
A) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.
B) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
C) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.
D) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

4) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
A) 1000
B) -1
C) 0
D) 1

5) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
A) $f(x, y) = x^1 + y^1$.
B) $f(x, y) = 5xy$.
C) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.
D) $f(x, y) = y$.

6) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T

A) non può essere biiettiva.

B) non può essere né suriettiva né iniettiva.

C) può essere iniettiva.

D) può essere suriettiva.

7) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

A) non sono simili.

B) sono simili.

C) sono congruenti.

D) non sono congruenti.

8) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^9$.

A) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.

B) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.

C) T ammette almeno un autovalore reale.

D) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.

9) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite $(n > 0)$

A) ha esattamente $2n$ soluzioni.

B) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

C) può essere privo di soluzioni.

D) è necessariamente privo di soluzioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   B) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.
   D) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.

2) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) sono congruenti.
   B) non sono simili.
   C) non sono congruenti.
   D) sono simili.

3) Un sistema lineare di n equazioni in $n+1$ incognite ($n > 0$)
   A) ha sempre infinite soluzioni.
   B) è necessariamente privo di soluzioni.
   C) può essere privo di soluzioni.
   D) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

4) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
   A) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.
   B) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.
   C) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.
   D) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.

5) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
   A) un punto del piano xz.
   B) una retta parallela all'asse x.
   C) una retta ortogonale all'asse y.
   D) una retta ortogonale al piano xz.

6) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
   A) iniettiva ma non suriettiva.
   B) biiettiva.
   C) suriettiva ma non iniettiva.
   D) né suriettiva né iniettiva.

7) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(0,2)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:

A) $f(x,y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.

B) $f(x,y) = -x^8 - y^8$.

C) $f(x,y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.

D) $f(x,y) = -2x^2 - 4y^2$.

8) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i,j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è

A) 0

B) 1000

C) 1

D) -1

9) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U

A) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.

B) ha una base formata dal vettore $(1,2,3)$.

C) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

D) ha una base formata dai vettori $(6,0,-2)$ e $(2,-1,0)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) 1000
   B) 0
   C) 1
   D) -1

2) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) non può essere biiettiva.
   B) può essere iniettiva.
   C) può essere suriettiva.
   D) non può essere né suriettiva né iniettiva.

3) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) sono simili.
   B) sono congruenti.
   C) non sono simili.
   D) non sono congruenti.

4) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = x^1 + y^1$.
   B) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.
   C) $f(x, y) = y$.
   D) $f(x, y) = 5xy$.

5) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   B) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   C) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.

6) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z=0$. Il complemento ortogonale di U

A) ha una base formata dai vettori $(6,0,-2)$ e $(2,-1,0)$.

B) ammette rappresentazione cartesiana $-x-2y-3z=0$.

C) ha una base formata dal vettore $(1,2,3)$.

D) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=3t. \end{cases}$

7) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^9$.

A) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.

B) T ammette almeno un autovalore reale.

C) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.

D) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.

8) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite $(n>0)$

A) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

B) può essere privo di soluzioni.

C) ha esattamente $2n$ soluzioni.

D) è necessariamente privo di soluzioni.

9) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x=y \\ z=y \end{cases}$ è

A) una retta non ortogonale al piano xy.

B) una retta ortogonale all'asse y.

C) un punto del piano xy.

D) una retta parallela all'asse y.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Un sistema lineare di n equazioni in $n+1$ incognite ($n > 0$)
   A) può essere privo di soluzioni.
   B) ha sempre infinite soluzioni.
   C) è necessariamente privo di soluzioni.
   D) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

2) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
   A) iniettiva ma non suriettiva.
   B) biiettiva.
   C) né suriettiva né iniettiva.
   D) suriettiva ma non iniettiva.

3) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
   A) non sono simili.
   B) sono simili.
   C) non sono congruenti.
   D) sono congruenti.

4) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
   A) una retta ortogonale all'asse y.
   B) un punto del piano xz.
   C) una retta parallela all'asse x.
   D) una retta ortogonale al piano xz.

5) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
   A) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.
   B) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.
   C) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.
   D) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.

6) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
   B) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.
   D) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.

7) Si dica quali delle seguenti funzioni da $I\!R^2$ in $I\!R$ sono forme quadratiche di segnatura $(0,2)$ sullo spazio vettoriale $I\!R^2$:

A) $f(x,y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.

B) $f(x,y) = -x^8 - y^8$.

C) $f(x,y) = -2x^2 - 4y^2$.

D) $f(x,y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.

8) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i,j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è

A) 0

B) 1000

C) -1

D) 1

9) In $I\!R^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1,2,3)$. Il complemento ortogonale di U

A) ha una base formata dal vettore $(6,0,-2)$.

B) ha una base formata dai vettori $(6,0,-2)$ e $(2,-1,0)$.

C) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

D) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
   A) una retta parallela all'asse x.
   B) una retta ortogonale al piano xz.
   C) una retta ortogonale all'asse y.
   D) un punto del piano xz.

2) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) -1
   B) 1000
   C) 1
   D) 0

3) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = 5xy$.
   B) $f(x, y) = x^1 + y^1$.
   C) $f(x, y) = y$.
   D) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.

4) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) non può essere né suriettiva né iniettiva.
   B) non può essere biiettiva.
   C) può essere suriettiva.
   D) può essere iniettiva.

5) Un sistema lineare di n equazioni in $n + 1$ incognite $(n > 0)$
   A) è necessariamente privo di soluzioni.
   B) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   C) può essere privo di soluzioni.
   D) ha sempre infinite soluzioni.

6) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.
   B) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
   C) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.

7) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U

A) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.

B) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.

C) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.

D) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

8) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

A) sono congruenti.

B) non sono simili.

C) sono simili.

D) non sono congruenti.

9) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:

A) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.

B) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.

C) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.

D) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   B) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.
   D) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.

2) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) sono simili.
   B) non sono simili.
   C) non sono congruenti.
   D) sono congruenti.

3) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite ($n > 0$)
   A) può essere privo di soluzioni.
   B) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   C) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   D) è necessariamente privo di soluzioni.

4) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^9$.
   A) T ammette almeno un autovalore reale.
   B) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.
   C) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
   D) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.

5) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è
   A) -1
   B) 1
   C) 0
   D) 1000

6) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è
   A) una retta ortogonale all'asse y.
   B) una retta non ortogonale al piano xy.
   C) un punto del piano xy.
   D) una retta parallela all'asse y.

7) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z=0$. Il complemento ortogonale di U

A) ha una base formata dai vettori $(6,0,-2)$ e $(2,-1,0)$.

B) ha una base formata dal vettore $(1,2,3)$.

C) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

D) ammette rappresentazione cartesiana $-x-2y-3z=0$.

8) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(0,2)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:

A) $f(x,y) = -2x^2 - 4y^2$.

B) $f(x,y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.

C) $f(x,y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.

D) $f(x,y) = -x^8 - y^8$.

9) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente

A) né suriettiva né iniettiva.

B) suriettiva ma non iniettiva.

C) iniettiva ma non suriettiva.

D) biiettiva.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) 1
   B) -1
   C) 1000
   D) 0

2) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) sono congruenti.
   B) sono simili.
   C) non sono congruenti.
   D) non sono simili.

3) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = y$.
   B) $f(x, y) = 5xy$.
   C) $f(x, y) = x^1 + y^1$.
   D) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.

4) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   B) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.
   D) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.

5) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U
   A) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.
   B) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
   C) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$
   D) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.

6) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
A) può essere suriettiva.
B) non può essere né suriettiva né iniettiva.
C) non può essere biiettiva.
D) può essere iniettiva.

7) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
A) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.
B) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.
C) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.
D) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.

8) Un sistema lineare di n equazioni in $n + 1$ incognite $(n > 0)$
A) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
B) è necessariamente privo di soluzioni.
C) ha sempre infinite soluzioni.
D) può essere privo di soluzioni.

9) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
A) una retta ortogonale al piano xz.
B) una retta parallela all'asse x.
C) un punto del piano xz.
D) una retta ortogonale all'asse y.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $I\!R^9$.
   A) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.
   B) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
   C) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.
   D) T ammette almeno un autovalore reale.

2) Sia $T : I\!R^4 \to I\!R^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
   A) né suriettiva né iniettiva.
   B) iniettiva ma non suriettiva.
   C) suriettiva ma non iniettiva.
   D) biiettiva.

3) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è
   A) una retta non ortogonale al piano xy.
   B) un punto del piano xy.
   C) una retta parallela all'asse y.
   D) una retta ortogonale all'asse y.

4) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite $(n > 0)$
   A) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   B) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   C) è necessariamente privo di soluzioni.
   D) può essere privo di soluzioni.

5) Si dica quali delle seguenti funzioni da $I\!R^2$ in $I\!R$ sono forme quadratiche di segnatura $(0, 2)$ sullo spazio vettoriale $I\!R^2$:
   A) $f(x, y) = -2x^2 - 4y^2$.
   B) $f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.
   C) $f(x, y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.
   D) $f(x, y) = -x^8 - y^8$.

6) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è
   A) -1
   B) 0
   C) 1
   D) 1000

7) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

A) non sono congruenti.
B) sono congruenti.
C) non sono simili.
D) sono simili.

8) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U

A) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$
B) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.
C) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.
D) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.

9) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):

A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.
B) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.
C) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
D) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
   B) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.
   C) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.

2) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1,2,3)$. Il complemento ortogonale di U
   A) ha una base formata dal vettore $(6,0,-2)$.
   B) ammette la rappresentazione cartesiana $x+2y+3z=0$.
   C) ha una base formata dai vettori $(6,0,-2)$ e $(2,-1,0)$.
   D) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3. \end{cases}$

3) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x=y \\ z=y \end{cases}$ è
   A) un punto del piano xy.
   B) una retta non ortogonale al piano xy.
   C) una retta ortogonale all'asse y.
   D) una retta parallela all'asse y.

4) Sia $T:\mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) può essere iniettiva.
   B) non può essere né suriettiva né iniettiva.
   C) può essere suriettiva.
   D) non può essere biiettiva.

5) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
   A) non sono simili.
   B) sono congruenti.
   C) sono simili.
   D) non sono congruenti.

6) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^9$.
   A) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
   B) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.
   C) T ammette almeno un autovalore reale.
   D) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.

7) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite ($n > 0$)
   A) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   B) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   C) può essere privo di soluzioni.
   D) è necessariamente privo di soluzioni.

8) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) 0
   B) -1
   C) 1
   D) 1000

9) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.
   B) $f(x, y) = 5xy$.
   C) $f(x, y) = y$.
   D) $f(x, y) = x^1 + y^1$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è
A) 1
B) 1000
C) -1
D) 0

2) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
A) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.
B) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.
C) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.
D) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.

3) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
A) suriettiva ma non iniettiva.
B) biiettiva.
C) né suriettiva né iniettiva.
D) iniettiva ma non suriettiva.

4) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U
A) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.
B) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
C) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.
D) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

5) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
A) una retta parallela all'asse x.
B) una retta ortogonale al piano xz.
C) un punto del piano xz.
D) una retta ortogonale all'asse y.

6) Un sistema lineare di n equazioni in $n+1$ incognite ($n>0$)
   A) è necessariamente privo di soluzioni.
   B) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   C) ha sempre infinite soluzioni.
   D) può essere privo di soluzioni.

7) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) non sono simili.
   B) sono simili.
   C) sono congruenti.
   D) non sono congruenti.

8) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(0,2)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x,y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.
   B) $f(x,y) = -x^8 - y^8$.
   C) $f(x,y) = -2x^2 - 4y^2$.
   D) $f(x,y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.

9) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   B) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   C) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) 1
   B) 0
   C) -1
   D) 1000

2) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = y$.
   B) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.
   C) $f(x, y) = 5xy$.
   D) $f(x, y) = x^1 + y^1$.

3) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   B) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.
   D) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.

4) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U
   A) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
   B) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.
   C) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$
   D) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.

5) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) può essere suriettiva.
   B) può essere iniettiva.
   C) non può essere né suriettiva né iniettiva.
   D) non può essere biiettiva.

6) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

A) sono simili.
B) sono congruenti.
C) non sono congruenti.
D) non sono simili.

7) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^9$.

A) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.
B) T ammette almeno un autovalore reale.
C) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.
D) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.

8) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite ($n > 0$)

A) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
B) può essere privo di soluzioni.
C) è necessariamente privo di soluzioni.
D) ha esattamente $2n$ soluzioni.

9) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è

A) una retta non ortogonale al piano xy.
B) una retta ortogonale all'asse y.
C) una retta parallela all'asse y.
D) un punto del piano xy.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Un sistema lineare di n equazioni in $n+1$ incognite ($n > 0$)
   A) ha sempre infinite soluzioni.
   B) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   C) può essere privo di soluzioni.
   D) è necessariamente privo di soluzioni.

2) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
   A) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.
   B) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.
   C) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.
   D) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.

3) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
   A) un punto del piano xz.
   B) una retta ortogonale al piano xz.
   C) una retta ortogonale all'asse y.
   D) una retta parallela all'asse x.

4) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
   A) non sono simili.
   B) sono simili.
   C) sono congruenti.
   D) non sono congruenti.

5) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(0, 2)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = -2x^2 - 4y^2$.
   B) $f(x, y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.
   C) $f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.
   D) $f(x, y) = -x^8 - y^8$.

6) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è
   A) -1
   B) 1
   C) 0
   D) 1000

7) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
   B) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.
   C) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.

8) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U
   A) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.
   B) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
   C) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.
   D) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

9) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
   A) né suriettiva né iniettiva.
   B) suriettiva ma non iniettiva.
   C) iniettiva ma non suriettiva.
   D) biiettiva.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Si dica quali delle seguenti funzioni da $I\!R^2$ in $I\!R$ sono forme quadratiche di segnatura $(1,1)$ sullo spazio vettoriale $I\!R^2$:
   A) $f(x,y) = y$.
   B) $f(x,y) = -x^2 + 2y^2$.
   C) $f(x,y) = 5xy$.
   D) $f(x,y) = x^1 + y^1$.

2) Sia $T : I\!R^8 \to I\!R^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) può essere suriettiva.
   B) può essere iniettiva.
   C) non può essere né suriettiva né iniettiva.
   D) non può essere biiettiva.

3) In $\mathcal{M}_2(I\!R)$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
   A) non sono simili.
   B) sono congruenti.
   C) non sono congruenti.
   D) sono simili.

4) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $I\!R^{10}$. Allora:
   A) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.
   B) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.
   C) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.
   D) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.

5) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.
   B) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(I\!R)$ a traccia nulla.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ derivabili.
   D) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.

6) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U

A) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.

B) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.

C) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$

D) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.

7) Un sistema lineare di n equazioni in $n + 1$ incognite $(n > 0)$

A) può essere privo di soluzioni.

B) ha sempre infinite soluzioni.

C) è necessariamente privo di soluzioni.

D) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

8) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è

A) una retta ortogonale all'asse y.

B) un punto del piano xz.

C) una retta parallela all'asse x.

D) una retta ortogonale al piano xz.

9) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è

A) 1

B) 0

C) -1

D) 1000

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite ($n > 0$)
   A) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   B) è necessariamente privo di soluzioni.
   C) può essere privo di soluzioni.
   D) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

2) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $I\!R^9$.
   A) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
   B) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.
   C) T ammette almeno un autovalore reale.
   D) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.

3) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è
   A) 1
   B) -1
   C) 1000
   D) 0

4) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è
   A) un punto del piano xy.
   B) una retta parallela all'asse y.
   C) una retta ortogonale all'asse y.
   D) una retta non ortogonale al piano xy.

5) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.
   B) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   C) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ integrabili.

6) In $\mathcal{M}_2(I\!R)$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) sono congruenti.
   B) non sono simili.
   C) sono simili.
   D) non sono congruenti.

7) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente
A) suriettiva ma non iniettiva.
B) né suriettiva né iniettiva.
C) biiettiva.
D) iniettiva ma non suriettiva.

8) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U
A) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.
B) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.
C) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
D) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$

9) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(0, 2)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
A) $f(x, y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.
B) $f(x, y) = -2x^2 - 4y^2$.
C) $f(x, y) = -x^8 - y^8$.
D) $f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$
   A) non sono simili.
   B) sono simili.
   C) non sono congruenti.
   D) sono congruenti.

2) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da $i + j$ è
   A) -1
   B) 1
   C) 0
   D) 1000

3) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(1, 1)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = 5xy$.
   B) $f(x, y) = y$.
   C) $f(x, y) = -x^2 + 2y^2$.
   D) $f(x, y) = x^1 + y^1$.

4) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale di equazione $x+2y+3z = 0$. Il complemento ortogonale di U
   A) ha una base formata dal vettore $(1, 2, 3)$.
   B) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
   C) ammette rappresentazione parametrica $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 3t. \end{cases}$
   D) ammette rappresentazione cartesiana $-x - 2y - 3z = 0$.

5) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^{10}$. Allora:
   A) $p(t)$ ammette necessariamente 10 radici distinte.
   B) il polinomio caratteristico di $2T$ è $2p(t)$.
   C) se $T(v) = -v$ per un certo v non nullo allora $p(-1) = 0$.
   D) $p(t)$ non può essere un polinomio costante.

6) Un sistema lineare di n equazioni in $n+1$ incognite ($n > 0$)
   A) è necessariamente privo di soluzioni.
   B) può essere privo di soluzioni.
   C) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.
   D) ha sempre infinite soluzioni.

7) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = z \\ y = -1 \end{cases}$ è
   A) una retta parallela all'asse x.
   B) una retta ortogonale all'asse y.
   C) una retta ortogonale al piano xz.
   D) un punto del piano xz.

8) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione infinita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme delle successioni a valori reali che hanno nulli tutti gli elementi di posto dispari.
   B) l'insieme dei polinomi a coefficienti complessi.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ integrabili.
   D) l'insieme delle matrici 11×11 a coefficienti reali positivi.

9) Sia $T : \mathbb{R}^8 \to \mathbb{R}^8$ una trasformazione lineare con $\dim ImT = \dim kerT$. Allora T
   A) non può essere né suriettiva né iniettiva.
   B) può essere suriettiva.
   C) può essere iniettiva.
   D) non può essere biiettiva.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) In $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ le matrici $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
   A) sono simili.
   B) non sono congruenti.
   C) sono congruenti.
   D) non sono simili.

2) Un sistema lineare di $3n$ equazioni in n incognite ($n > 0$)
   A) può essere privo di soluzioni.
   B) ha esattamente $2n$ soluzioni.
   C) è necessariamente privo di soluzioni.
   D) ha almeno un'equazione la cui eliminazione non altera l'insieme delle soluzioni.

3) In uno spazio euclideo $\mathcal{E}^3$, rispetto ad un riferimento cartesiano, il sottospazio di equazioni $\begin{cases} x = y \\ z = y \end{cases}$ è
   A) una retta ortogonale all'asse y.
   B) un punto del piano xy.
   C) una retta parallela all'asse y.
   D) una retta non ortogonale al piano xy.

4) Si indichi quali dei seguenti sono spazi vettoriali reali che hanno dimensione finita (si sottintendono le usuali operazioni):
   A) l'insieme dei polinomi a coefficienti reali di grado strettamente inferiore a 1000.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ derivabili.
   C) l'insieme delle matrici in $\mathcal{M}_9(\mathbb{R})$ a traccia nulla.
   D) l'insieme delle successioni a valori reali convergenti a 0.

5) Si dica quali delle seguenti funzioni da $\mathbb{R}^2$ in $\mathbb{R}$ sono forme quadratiche di segnatura $(0, 2)$ sullo spazio vettoriale $\mathbb{R}^2$:
   A) $f(x, y) = -2x^2 - 8y^2 - 4xy$.
   B) $f(x, y) = -2x^2 - 2y^2 - 4xy$.
   C) $f(x, y) = -x^8 - y^8$.
   D) $f(x, y) = -2x^2 - 4y^2$.

6) Il determinante della matrice 1000×1000 in cui ogni elemento di posto (i, j) è dato da 1 se $i + j = 1001$ e 0 altrimenti è

A) 1
B) 0
C) 1000
D) -1

7) Sia $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^7$ una trasformazione lineare con $\dim ImT \leq 3$. Allora T è necessariamente

A) suriettiva ma non iniettiva.
B) iniettiva ma non suriettiva.
C) biiettiva.
D) né suriettiva né iniettiva.

8) In $\mathbb{R}^3$, con il prodotto scalare naturale, sia U il sottospazio vettoriale generato dal vettore $(1, 2, 3)$. Il complemento ortogonale di U

A) ha una base formata dai vettori $(6, 0, -2)$ e $(2, -1, 0)$.
B) ammette la rappresentazione cartesiana $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3. \end{cases}$
C) ammette la rappresentazione cartesiana $x + 2y + 3z = 0$.
D) ha una base formata dal vettore $(6, 0, -2)$.

9) Sia $p(t)$ il polinomio caratteristico di un endomorfismo T di $\mathbb{R}^9$.

A) T ammette almeno un autovalore reale.
B) Se a è un autovalore di T allora a è una radice di $p(t)$.
C) Se a è una radice di $p(t)$ allora a è un autovalore di T.
D) Il grado di $p(t)$ può essere strettamente inferiore a 9.