Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle successioni reali convergenti.
   B) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
   C) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.
   D) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

2) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) B è formata da 7 vettori.
   B) B è l'unica base di V.
   C) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.
   D) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.

3) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.
   B) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   C) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.
   D) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.

4) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   B) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   C) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   D) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$

5) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   B) almeno una riga di A è nulla.
   C) A contiene due righe uguali.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.

6) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   B) $\det AC = \det A + \det C$.
   C) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   D) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.

7) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   D) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

8) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(\mathbb{N}, +)$.
   B) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   C) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   D) $(\mathbb{R}, +)$.

9) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1,1)$ in $(1,0)$ e $(0,1)$ in $(0,1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) invertibile.
   B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   C) non regolare.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) la matrice $A+B$ non è regolare.
   B) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   C) $\det AC = \det A + \det C$.
   D) la matrice AB non è regolare.

2) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1,0)$ in $(1,1)$ e $(1,1)$ in $(2,2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   C) non regolare.
   D) invertibile.

3) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(\mathbb{R}, \cdot)$.
   B) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   C) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.
   D) $(\mathbb{N}, \cdot)$.

4) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$
   B) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   C) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   D) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x,y) \mapsto (x+2y, x+1, y)$.

5) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   B) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   C) V ammette al più 5 basi distinte.
   D) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.

6) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle successioni reali divergenti.
   B) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   C) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.
   D) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

7) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora
   A) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.
   B) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.
   C) A non contiene colonne nulle.
   D) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.

8) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   B) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   C) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   D) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.

9) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   B) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.
   D) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.
   B) B è formata da 7 vettori.
   C) B è l'unica base di V.
   D) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.

2) Sia $A \in M_5(I\!R)$ con $\det A = 0$. Allora
   A) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.
   B) A contiene due righe uguali.
   C) almeno una riga di A è nulla.
   D) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.

3) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.
   B) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   C) $\det AC = \det A + \det C$.
   D) $\det ABC = \det A \det B \det C$.

4) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   B) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.
   C) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W = \dim V$.

5) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.
   B) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.
   C) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   D) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.

6) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$, $A \mapsto 2A$
   B) $T : I\!R^2 \to I\!R^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   C) $T : C^2(I\!R) \to C^2(I\!R)$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(I\!R)$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ dotate di derivata seconda continua.
   D) $T : I\!R^{I\!N} \to I\!R^{I\!N}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in I\!N$ ($I\!R^{I\!N}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

7) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
A) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
B) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.
C) $(\mathbb{R}, \cdot)$.
D) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.

8) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1,0)$ in $(1,1)$ e $(1,1)$ in $(2,2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
A) invertibile.
B) non regolare.
C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

9) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
A) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
B) insieme delle successioni reali convergenti.
C) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
D) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1,1)$ in $(1,0)$ e $(0,1)$ in $(0,1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) non regolare.
   C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   D) invertibile.

2) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora
   A) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1,1,1,1)$.
   B) A non contiene colonne nulle.
   C) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.

3) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   B) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   C) insieme delle successioni reali divergenti.
   D) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.

4) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) la matrice AB non è regolare.
   B) $\det AC = \det A + \det C$.
   C) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   D) la matrice $A + B$ non è regolare.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   B) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   C) $(\mathbb{R}, +)$.
   D) $(\mathbb{N}, +)$.

6) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   C) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.

7) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.
   B) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   C) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   D) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.
   B) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   C) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   D) V ammette al più 5 basi distinte.

9) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.
   B) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   C) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   D) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.
   B) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   C) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   D) V ammette al più 5 basi distinte.

2) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.
   B) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   C) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   D) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \dots, f(v_n)\}$ è una base di V.

3) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   B) $(\mathbb{R}, +)$.
   C) $(\mathbb{N}, +)$.
   D) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).

4) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   B) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   C) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$
   D) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.

5) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) almeno una riga di A è nulla.
   B) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   C) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.
   D) A contiene due righe uguali.

6) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det AC = \det A + \det C$.
   B) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   C) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.
   D) $\det A^5 = (\det A)^5$.

7) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   C) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.
   D) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.

8) Sia $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ l'endomorfismo che manda $(1,1)$ in $(1,0)$ e $(0,1)$ in $(0,1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   C) invertibile.
   D) non regolare.

9) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle funzioni $f : I\!R \to I\!R$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in I\!R$.
   B) insieme delle successioni reali divergenti.
   C) $\{p \in I\!R[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   D) $\{A \in M_{10}(I\!R) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   D) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

2) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   B) la matrice $A + B$ non è regolare.
   C) $\det AC = \det A + \det C$.
   D) la matrice AB non è regolare.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) B è l'unica base di V.
   B) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.
   C) B è formata da 7 vettori.
   D) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.

4) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
   B) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.
   C) insieme delle successioni reali convergenti.
   D) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.
   B) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
   C) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   D) $(\mathbb{R}, \cdot)$.

6) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(1, 1)$ in $(2, 2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) non regolare.
   B) invertibile.
   C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

7) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?

A) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

B) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$

C) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.

D) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.

8) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora

A) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.

B) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.

C) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.

D) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.

9) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora

A) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.

B) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.

C) A non contiene colonne nulle.

D) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   B) V ammette al più 5 basi distinte.
   C) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.
   D) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.

2) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   B) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   C) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.
   D) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.

3) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   B) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   C) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   D) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$

4) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) almeno una riga di A è nulla.
   B) A contiene due righe uguali.
   C) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.

5) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(1, 1)$ in $(2, 2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) invertibile.
   B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   D) non regolare.

6) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   B) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.
   C) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   D) insieme delle successioni reali divergenti.

7) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det AC = \det A + \det C$.
   B) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   C) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   D) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.

8) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   B) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   C) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   D) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.

9) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
   B) $(\mathbb{R}, \cdot)$.
   C) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   D) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora
   A) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.
   B) A non contiene colonne nulle.
   C) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.
   D) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.

2) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   B) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   C) $(\mathbb{N}, +)$.
   D) $(\mathbb{R}, +)$.

3) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle successioni reali convergenti.
   B) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
   C) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   D) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.

4) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 1)$ in $(1, 0)$ e $(0, 1)$ in $(0, 1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) non regolare.
   B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   C) invertibile.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.
   B) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   C) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.
   D) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) B è formata da 7 vettori.
   B) B è l'unica base di V.
   C) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.
   D) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.

7) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) la matrice $A+B$ non è regolare.
   B) $\det AC = \det A + \det C$.
   C) la matrice AB non è regolare.
   D) $\det ABC = \det A \det B \det C$.

8) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$
   B) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   C) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.
   D) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

9) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.
   D) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   B) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.
   C) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.
   D) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.

2) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   B) $(\mathbb{N}, +)$.
   C) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   D) $(\mathbb{R}, +)$.

3) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 1)$ in $(1, 0)$ e $(0, 1)$ in $(0, 1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) invertibile.
   C) non regolare.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$
   B) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   C) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   D) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.

5) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.
   B) A contiene due righe uguali.
   C) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   D) almeno una riga di A è nulla.

6) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.
   B) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   C) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   D) $\det AC = \det A + \det C$.

7) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   D) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

8) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
   B) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   C) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.
   D) insieme delle successioni reali convergenti.

9) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) B è l'unica base di V.
   B) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.
   C) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.
   D) B è formata da 7 vettori.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.
   B) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   C) $(\mathbb{R}, \cdot)$.
   D) $(\mathbb{N}, \cdot)$.

2) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) V ammette al più 5 basi distinte.
   B) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   C) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   D) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.

4) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.
   B) insieme delle successioni reali divergenti.
   C) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   D) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

5) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   B) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   C) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   D) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.

6) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   B) la matrice $A + B$ non è regolare.
   C) $\det AC = \det A + \det C$.
   D) la matrice AB non è regolare.

7) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora

A) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.

B) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.

C) A non contiene colonne nulle.

D) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.

8) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?

A) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

B) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$

C) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.

D) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.

9) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(1, 1)$ in $(2, 2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è

A) non regolare.

B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

D) invertibile.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$
   B) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   C) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   D) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.

2) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A/\det B$.
   B) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   C) $\det AC = \det A + \det C$.
   D) $\det A^5 = (\det A)^5$.

3) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   B) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   D) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

4) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.
   B) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   C) almeno una riga di A è nulla.
   D) A contiene due righe uguali.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
   B) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.
   C) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   D) $(\mathbb{R}, \cdot)$.

6) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1,0)$ in $(1,1)$ e $(1,1)$ in $(2,2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è

A) invertibile.

B) non regolare.

C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

7) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?

A) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

B) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.

C) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.

D) insieme delle successioni reali convergenti.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora

A) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.

B) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.

C) B è l'unica base di V.

D) B è formata da 7 vettori.

9) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora

A) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.

B) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.

C) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.

D) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   B) V ammette al più 5 basi distinte.
   C) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   D) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.

2) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   B) la matrice $A + B$ non è regolare.
   C) la matrice AB non è regolare.
   D) $\det AC = \det A + \det C$.

3) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.
   C) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.

4) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   B) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   C) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   D) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.

5) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   B) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.
   C) insieme delle successioni reali divergenti.
   D) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

6) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   B) $(\mathbb{N}, +)$.
   C) $(\mathbb{R}, +)$.
   D) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).

7) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora

A) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.

B) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.

C) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1,1,1,1)$.

D) A non contiene colonne nulle.

8) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?

A) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

B) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$

C) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x,y) \mapsto (x+2y, x+1, y)$.

D) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.

9) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1,1)$ in $(1,0)$ e $(0,1)$ in $(0,1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è

A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

B) invertibile.

C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

D) non regolare.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   B) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.
   C) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   D) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.

2) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   B) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$
   C) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   D) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

3) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) A contiene due righe uguali.
   B) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.
   C) almeno una riga di A è nulla.
   D) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.

4) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   B) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A/\det B$.
   C) $\det AC = \det A + \det C$.
   D) $\det ABC = \det A \det B \det C$.

5) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   B) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.
   C) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   D) V ammette al più 5 basi distinte.

6) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   B) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   C) $(\mathbb{N}, +)$.
   D) $(\mathbb{R}, +)$.

7) Sia $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ l'endomorfismo che manda $(1,1)$ in $(1,0)$ e $(0,1)$ in $(0,1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è

A) non regolare.

B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

C) invertibile.

D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

8) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora

A) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.

B) $\dim U + \dim W = \dim V$.

C) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.

D) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

9) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?

A) insieme delle successioni reali divergenti.

B) insieme delle funzioni $f : I\!R \to I\!R$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in I\!R$.

C) $\{p \in I\!R[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.

D) $\{A \in M_{10}(I\!R) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
   B) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   C) $(\mathbb{R}, \cdot)$.
   D) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.

2) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.
   B) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.
   C) B è l'unica base di V.
   D) B è formata da 7 vettori.

4) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.
   B) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   C) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
   D) insieme delle successioni reali convergenti.

5) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.
   B) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   C) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   D) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$

6) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.
   B) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.
   C) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \dots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   D) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.

7) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1,0)$ in $(1,1)$ e $(1,1)$ in $(2,2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è

A) invertibile.

B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

D) non regolare.

8) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora

A) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1,1,1,1)$.

B) A non contiene colonne nulle.

C) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.

D) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.

9) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora

A) la matrice AB non è regolare.

B) $\det AC = \det A + \det C$.

C) $\det ABC = \det A \det B \det C$.

D) la matrice $A + B$ non è regolare.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   B) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   C) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$
   D) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

2) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   C) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W = \dim V$.

3) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) almeno una riga di A è nulla.
   B) A contiene due righe uguali.
   C) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.
   D) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.

4) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.
   B) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
   C) $(\mathbb{R}, \cdot)$.
   D) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.

5) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(1, 1)$ in $(2, 2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) non regolare.
   B) invertibile.
   C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

6) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det AC = \det A + \det C$.
   B) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   C) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.
   D) $\det ABC = \det A \det B \det C$.

7) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle funzioni $f : I\!R \to I\!R$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in I\!R$.
   B) insieme delle successioni reali divergenti.
   C) $\{A \in M_{10}(I\!R) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.
   D) $\{p \in I\!R[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.
   B) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   C) V ammette al più 5 basi distinte.
   D) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.

9) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.
   B) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   C) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   D) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   B) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
   C) insieme delle successioni reali convergenti.
   D) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.

2) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) la matrice AB non è regolare.
   B) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   C) $\det AC = \det A + \det C$.
   D) la matrice $A + B$ non è regolare.

3) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.
   B) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   C) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.
   D) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.

4) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.
   B) B è l'unica base di V.
   C) B è formata da 7 vettori.
   D) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.

5) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora
   A) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.
   B) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.
   C) A non contiene colonne nulle.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.

6) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.
   B) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   C) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   D) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$

7) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   D) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.

8) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1,1)$ in $(1,0)$ e $(0,1)$ in $(0,1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) non regolare.
   C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   D) invertibile.

9) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(\mathbb{R}, +)$.
   B) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   C) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   D) $(\mathbb{N}, +)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni biunivoche da $I\!N$ in $I\!N$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   B) $(M_3(I\!R), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   C) $(I\!N, +)$.
   D) $(I\!R, +)$.

2) Sia $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ l'endomorfismo che manda $(1,1)$ in $(1,0)$ e $(0,1)$ in $(0,1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) non regolare.
   C) invertibile.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

3) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   B) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.
   C) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.
   D) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.

4) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   B) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   C) $\det AC = \det A + \det C$.
   D) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.

5) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.
   D) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

6) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
   B) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   C) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.
   D) insieme delle successioni reali convergenti.

7) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) B è l'unica base di V.
   B) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.
   C) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.
   D) B è formata da 7 vettori.

8) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   B) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   C) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   D) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$

9) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   B) A contiene due righe uguali.
   C) almeno una riga di A è nulla.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T: C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   B) $T: M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$
   C) $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.
   D) $T: \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

2) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle successioni reali divergenti.
   B) insieme delle funzioni $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   C) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.
   D) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.

3) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) $\det AC = \det A + \det C$.
   B) la matrice $A + B$ non è regolare.
   C) la matrice AB non è regolare.
   D) $\det ABC = \det A \det B \det C$.

4) Sia $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(1, 1)$ in $(2, 2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) invertibile.
   C) non regolare.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   B) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.
   C) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \dots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   D) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   B) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.
   C) V ammette al più 5 basi distinte.
   D) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.

7) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   C) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.
   D) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

8) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora
   A) A non contiene colonne nulle.
   B) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.
   C) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.
   D) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.

9) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   B) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
   C) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.
   D) $(\mathbb{R}, \cdot)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : C^2(I\!R) \to C^2(I\!R)$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(I\!R)$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ dotate di derivata seconda continua.
   B) $T : I\!R^{I\!N} \to I\!R^{I\!N}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in I\!N$ ($I\!R^{I\!N}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   C) $T : I\!R^2 \to I\!R^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   D) $T : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$, $A \mapsto 2A$

2) Sia $A \in M_5(I\!R)$ con $\det A = 0$. Allora
   A) almeno una riga di A è nulla.
   B) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   C) A contiene due righe uguali.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.

3) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(I\!N, \cdot)$.
   B) $(M_3(I\!R), +)$.
   C) $(I\!R, \cdot)$.
   D) insieme delle funzioni continue da $I\!R$ in $I\!R$ con l'usuale operazione di somma.

4) Sia $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(1, 1)$ in $(2, 2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) invertibile.
   B) non regolare.
   C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

5) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det AC = \det A + \det C$.
   B) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   C) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   D) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.

6) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim(U+W)$.
   B) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U+W)$.
   C) ogni vettore di $U+W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W = \dim V$.

7) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle funzioni $f : I\!R \to I\!R$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in I\!R$.
   B) $\{p \in I\!R[t] \mid p(0) = 1\}$.
   C) insieme delle successioni reali convergenti.
   D) $\{A \in M_{10}(I\!R) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.
   B) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.
   C) B è formata da 7 vettori.
   D) B è l'unica base di V.

9) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.
   B) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.
   C) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.
   D) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) V ammette al più 5 basi distinte.
   B) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.
   C) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   D) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.

2) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{A \in M_{10}(I\!R) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.
   B) insieme delle funzioni $f : I\!R \to I\!R$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in I\!R$.
   C) $\{p \in I\!R[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   D) insieme delle successioni reali divergenti.

3) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   B) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.
   C) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   D) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.

4) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   D) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

5) Sia $A \in M_4(I\!R)$ con $\det A = 1$. Allora
   A) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.
   B) A non contiene colonne nulle.
   C) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.

6) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.
   B) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   C) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   D) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$

7) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   B) $(\mathbb{N}, +)$.
   C) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   D) $(\mathbb{R}, +)$.

8) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 1)$ in $(1, 0)$ e $(0, 1)$ in $(0, 1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) invertibile.
   C) non regolare.
   D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

9) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
   A) la matrice AB non è regolare.
   B) $\det AC = \det A + \det C$.
   C) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   D) la matrice $A + B$ non è regolare.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) almeno una riga di A è nulla.
   B) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   C) A contiene due righe uguali.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.

2) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det AC = \det A + \det C$.
   B) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   C) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   D) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.

3) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   C) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.

4) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   B) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.
   C) insieme delle successioni reali divergenti.
   D) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.
   B) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   C) $(\mathbb{R}, +)$.
   D) $(\mathbb{N}, +)$.

6) Sia $T : I\!R^2 \to I\!R^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 1)$ in $(1, 0)$ e $(0, 1)$ in $(0, 1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è

A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

B) non regolare.

C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

D) invertibile.

7) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora

A) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.

B) V ammette al più 5 basi distinte.

C) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.

D) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.

8) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora

A) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.

B) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.

C) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.

D) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.

9) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?

A) $T : C^2(I\!R) \to C^2(I\!R)$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(I\!R)$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ dotate di derivata seconda continua.

B) $T : I\!R^{I\!N} \to I\!R^{I\!N}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in I\!N$ ($I\!R^{I\!N}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

C) $T : I\!R^2 \to I\!R^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.

D) $T : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$, $A \mapsto 2A$

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) B è l'unica base di V.
   B) B è formata da 7 vettori.
   C) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.
   D) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.

2) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
   B) insieme delle successioni reali convergenti.
   C) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.
   D) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.

3) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   B) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.
   C) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$
   D) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).

4) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   B) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.
   C) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.
   D) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.
   B) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   C) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
   D) $(\mathbb{R}, \cdot)$.

6) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   D) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.

7) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora

A) $\det AC = \det A + \det C$.

B) la matrice AB non è regolare.

C) la matrice $A + B$ non è regolare.

D) $\det ABC = \det A \det B \det C$.

8) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(1, 1)$ in $(2, 2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è

A) non regolare.

B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

C) invertibile.

D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

9) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora

A) A non contiene colonne nulle.

B) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.

C) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.

D) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) $\dim U + \dim W = \dim(U + W)$.
   C) ogni vettore di $U + W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   D) $\dim U + \dim W - \dim(U \cap W) = \dim(U + W)$.

2) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + y, y)$.
   B) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} + f^2$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   C) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_i^3$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   D) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto 2A$

3) Sia $A \in M_5(\mathbb{R})$ con $\det A = 0$. Allora
   A) A contiene due righe uguali.
   B) almeno una riga di A è nulla.
   C) esistono due righe di A che sono una multiplo dell'altra.
   D) la dimensione dello spazio generato dalle colonne di A è strettamente inferiore a 5.

4) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 0)$ in $(1, 1)$ e $(1, 1)$ in $(2, 2)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
   A) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.
   B) invertibile.
   C) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
   D) non regolare.

5) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
   A) insieme delle successioni reali divergenti.
   B) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) \neq p(1)\}$.
   C) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
   D) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = 0\}$.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 5 sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ una sua base. Allora
   A) $B' = \{v_1, 2v_2, 3v_3, 4v_4, 5v_5\}$ è una base di V.
   B) per ogni vettore $v \in V$ si ha che $B \cup \{v\}$ è linearmente dipendente.
   C) se $L(X) = V$ l'insieme X non contiene meno di 5 elementi.
   D) V ammette al più 5 basi distinte.

7) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) la composizione di due automorfismi qualunque di V è un automorfismo di V.
   B) ogni endomorfismo di V iniettivo è anche suriettivo.
   C) esiste uno ed un solo endomorfismo g di V che porti tutti i vettori di B in v_1.
   D) se f è un endomorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.

8) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) insieme delle funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ con l'usuale operazione di somma.
   B) $(\mathbb{N}, \cdot)$.
   C) $(\mathbb{R}, \cdot)$.
   D) $(M_3(\mathbb{R}), +)$.

9) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 5. Allora
   A) $\det A^5 = (\det A)^5$.
   B) $\det AC = \det A + \det C$.
   C) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
   D) se B è invertibile $\det AB^{-1} = \det A / \det B$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano U e W sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V con $U \cap W = \{0\}$. Allora
   A) $\dim U + \dim W = \dim(U \oplus W)$.
   B) ogni vettore di $U \oplus W$ si può esprimere in modo unico come somma di un vettore di U e di un vettore di W, presi nell'ordine.
   C) $\dim U + \dim W = \dim(U \cap W)$.
   D) $\dim U + \dim W = \dim V$.

2) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione 7 sul campo dei reali e sia B una sua base. Allora
   A) esiste almeno un vettore $v \in V$ tale che l'insieme $B \cup \{v\}$ sia linearmente indipendente.
   B) B è l'unica base di V.
   C) B è formata da 7 vettori.
   D) per ogni sottoinsieme X di V di cardinalità 7 risulta $L(X) = V$.

3) Sia V uno spazio vettoriale sul campo dei reali e sia $B = \{v_1, \ldots, v_n\}$ una sua base finita. Allora
   A) esiste almeno un endomorfismo di V che sia iniettivo ma non suriettivo.
   B) se f è un automorfismo di V allora $B' = \{f(v_1), \ldots, f(v_n)\}$ è una base di V.
   C) la composizione di due endomorfismi qualunque di V è un endomorfismo di V.
   D) esistono esattamente n endomorfismi di V che associano ad ogni vettore di B il vettore v_1.

4) Quali delle seguenti strutture algebriche sono gruppi?
   A) $(\mathbb{N}, +)$.
   B) $(\mathbb{R}, +)$.
   C) $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   D) insieme delle funzioni biunivoche da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ con l'usuale operazione di composizione di funzioni.

5) Sia $A \in M_4(\mathbb{R})$ con $\det A = 1$. Allora
   A) A non contiene colonne nulle.
   B) non esistono due righe di A che siano una multiplo dell'altra.
   C) la dimensione dello spazio generato dalle righe di A è uguale a 4.
   D) tutte le righe di A sono diverse dalla n-upla $(1, 1, 1, 1)$.

6) Quali delle seguenti funzioni fra spazi vettoriali sono trasformazioni lineari?
   A) $T : C^2(\mathbb{R}) \to C^2(\mathbb{R})$, $f \mapsto \frac{d^2 f}{dx} - 2\frac{df}{dx}$, dove $C^2(\mathbb{R})$ denota lo spazio vettoriale delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ dotate di derivata seconda continua.
   B) $T : \mathbb{R}^{\mathbb{N}} \to \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$, $(a_i) \mapsto (b_i)$, dove $b_i = a_{i+1}$ per ogni $i \in \mathbb{N}$ ($\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ denota lo spazio vettoriale delle successioni reali).
   C) $T : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$, $A \mapsto A^2$
   D) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $(x, y) \mapsto (x + 2y, x + 1, y)$.

7) Siano A, B e C tre matrici reali quadrate di ordine 8 non regolari. Allora
A) $\det AC = \det A + \det C$.
B) $\det ABC = \det A \det B \det C$.
C) la matrice $A + B$ non è regolare.
D) la matrice AB non è regolare.

8) Sia $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ l'endomorfismo che manda $(1, 1)$ in $(1, 0)$ e $(0, 1)$ in $(0, 1)$. Allora la matrice associata a T rispetto alla base canonica è
A) invertibile.
B) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.
C) non regolare.
D) uguale a $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

9) Quali dei seguenti insiemi, dotati delle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari, sono spazi vettoriali sul campo dei numeri reali?
A) $\{p \in \mathbb{R}[t] \mid p(0) = 1\}$.
B) $\{A \in M_{10}(\mathbb{R}) \mid A = (a^i_j), a^1_3 = a^3_1\}$.
C) insieme delle successioni reali convergenti.
D) insieme delle funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tali che $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.