Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x^2+y^2+z^2+u^2 \leq 1\}$.
   B) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x+y+z+u \geq 1\}$.
   C) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 = 0\}$.
   D) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x-y+z-u=0, y=0, u=0\}$.

2) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   C) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
   D) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.

3) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
   A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.
   B) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   C) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.
   D) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.

4) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) conserva tutti gli angoli.
   B) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   C) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   D) non è necessariamente iniettiva.

5) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   B) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   C) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   D) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.

6) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
   A) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   B) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   C) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u+v$.
   D) $1 \leq r \leq k \leq n$

7) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$. Allora r è

A) parallela al piano xy.
B) ortogonale al piano xy.
C) parallela all' asse z.
D) ortogonale all' asse z.

8) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?

A) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$.
B) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$.
C) $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
D) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.

9) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?

A) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
B) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
C) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
D) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) T non può avere più di n autovalori distinti.
   B) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.
   C) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
   D) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.

2) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $I\!\!R^3$?
   A) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   B) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   C) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   D) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.

3) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbf{Q},+,\cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).
   B) $(\mathbf{C},+,\cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).
   C) $(P_3,+,\cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.
   D) $(\mathbf{Z},+,\cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).

4) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) è invertibile.
   B) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
   C) conserva tutte le distanze.
   D) manda rette parallele in rette parallele.

5) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T: V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   C) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.
   D) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.

6) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!R^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
  A) $\{(x,y,z,u,t) \in I\!R^5 | u = 2, z = 1\}$.
  B) $\{(x,y,z,u,t) \in I\!R^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.
  C) $\{(x,y,z,u,t) \in I\!R^5 | (x+y)^3 = 0\}$.
  D) $\{(x,y,z,u,t) \in I\!R^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.

7) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
  A) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.
  B) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.
  C) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.
  D) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.

8) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite $(n > 0)$. Allora
  A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
  B) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
  C) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.
  D) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.

9) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$. Allora r è
  A) ortogonale all' asse z.
  B) ortogonale al piano xy.
  C) parallela all' asse z.
  D) parallela al piano xy.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.
   B) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   C) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.

2) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.
   B) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   C) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   D) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.

3) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
   A) $1 \leq r \leq k \leq n$
   B) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.
   C) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   D) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.

4) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$. Allora r è
   A) parallela al piano xy.
   B) parallela all' asse z.
   C) ortogonale all' asse z.
   D) ortogonale al piano xy.

5) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
   A) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.
   B) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.
   C) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   D) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.

6) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) non è necessariamente iniettiva.
   B) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   C) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   D) conserva tutti gli angoli.

7) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
   B) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.
   C) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).
   D) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).

8) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
   B) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   C) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   D) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

9) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x - y + z - u = 0, y = 0, u = 0\}$.
   B) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \leq 1\}$.
   C) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x + y + z + u \geq 1\}$.
   D) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 = 0\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $I\!R^3$?
   A) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   B) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   C) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
   D) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

2) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
   A) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.
   B) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A)=0$.
   C) Se $\det(A)=0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.
   D) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A)=0$.

3) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!R^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x,y,z,u,t)\in I\!R^5 | x^2+y^2+z^2+u^2+t^2=0\}$.
   B) $\{(x,y,z,u,t)\in I\!R^5 | t=x^2+y^2+z^2+u^2\}$.
   C) $\{(x,y,z,u,t)\in I\!R^5 | u=2, z=1\}$.
   D) $\{(x,y,z,u,t)\in I\!R^5 | (x+y)^3=0\}$.

4) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.
   B) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
   C) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.
   D) T non può avere più di n autovalori distinti.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(I\!R[t],+,\cdot)$.
   B) $(M_3(I\!R),+,\cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   C) $(I\!R,+,\cdot)$.
   D) $(I\!N,+,\cdot)$.

6) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y & = & 3 \\ z & = & 2 \end{cases}$. Allora r è

A) ortogonale al piano xy.
B) parallela all' asse z.
C) ortogonale all' asse z.
D) parallela al piano xy.

7) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora

A) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.
B) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
D) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora

A) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.
B) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
C) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
D) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.

9) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita

A) manda rette parallele in rette parallele.
B) conserva tutte le distanze.
C) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
D) è invertibile.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.
   B) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   C) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   D) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.

2) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.
   B) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
   C) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
   D) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.

3) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$.
   B) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.
   C) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$.
   D) $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).

4) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   B) conserva tutti gli angoli.
   C) non è necessariamente iniettiva.
   D) manda rette ortogonali in rette ortogonali.

5) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   B) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   C) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.
   D) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.

6) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
A) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
B) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
C) $1 \leq r \leq k \leq n$
D) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.

7) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y & = & 3 \\ z & = & 2 \end{cases}$. Allora r è
A) ortogonale al piano xy.
B) ortogonale all' asse z.
C) parallela al piano xy.
D) parallela all' asse z.

8) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $I\!R^3$?
A) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
B) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
C) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
D) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

9) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!R^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
A) $\{(x,y,z,u,t) \in I\!R^5 | x^2+y^2+z^2+u^2+t^2=0\}$.
B) $\{(x,y,z,u,t) \in I\!R^5 | u=2, z=1\}$.
C) $\{(x,y,z,u,t) \in I\!R^5 | t=x^2+y^2+z^2+u^2\}$.
D) $\{(x,y,z,u,t) \in I\!R^5 | (x+y)^3=0\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x &= 3 \\ y &= 1 \end{cases}$. Allora r è
   A) parallela all' asse z.
   B) parallela al piano xy.
   C) ortogonale al piano xy.
   D) ortogonale all' asse z.

2) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.
   B) T non può avere più di n autovalori distinti.
   C) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
   D) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
   C) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   D) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.

4) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x + y + z + u \geq 1\}$.
   B) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 = 0\}$.
   C) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \leq 1\}$.
   D) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x - y + z - u = 0, y = 0, u = 0\}$.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.
   B) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
   C) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).
   D) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).

6) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $I\!R^3$?
   A) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   B) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
   C) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   D) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

7) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
   B) è invertibile.
   C) conserva tutte le distanze.
   D) manda rette parallele in rette parallele.

8) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
   A) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   B) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.
   C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.
   D) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.

9) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
   A) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.
   B) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.
   C) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.
   D) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   B) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.
   C) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.
   D) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.

2) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
   B) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.
   C) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.
   D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.

3) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   B) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   C) conserva tutti gli angoli.
   D) non è necessariamente iniettiva.

4) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   B) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   C) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   D) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.

5) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(1, 0, 0), (0, 7, 7), (0, -7, 7)\}$.
   B) $\{(0, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$.
   C) $\{(1, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$.
   D) $\Big\{(1, 0, 0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\Big\}$.

6) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.
   B) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | (x + y)^3 = 0\}$.
   C) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.
   D) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | u = 2, z = 1\}$.

7) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora

A) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
B) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u+v$.
C) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
D) $1 \leq r \leq k \leq n$

8) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$. Allora r è

A) parallela al piano xy.
B) ortogonale all' asse z.
C) ortogonale al piano xy.
D) parallela all' asse z.

9) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?

A) $(\mathbf{Z},+,\cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
B) $(\mathbf{Q},+,\cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).
C) $(\mathbf{C},+,\cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).
D) $(P_3,+,\cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
   A) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.
   B) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.
   C) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.
   D) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.

2) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   B) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$.
   C) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$.
   D) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.

3) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \leq 1\}$.
   B) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x + y + z + u \geq 1\}$.
   C) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x - y + z - u = 0, y = 0, u = 0\}$.
   D) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 = 0\}$.

4) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(0, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$.
   B) $\left\{(1, 0, 0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   C) $\{(1, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$.
   D) $\{(1, 0, 0), (0, 7, 7), (0, -7, 7)\}$.

5) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
   A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.
   B) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   C) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.
   D) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora

A) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
B) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
C) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.
D) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.

7) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora

A) T non può avere più di n autovalori distinti.
B) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
C) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.
D) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.

8) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita

A) è invertibile.
B) conserva tutte le distanze.
C) manda rette parallele in rette parallele.
D) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.

9) Nello spazio euclideo standard $I\!\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y & = & 3 \\ z & = & 2 \end{cases}$. Allora r è

A) parallela all' asse z.
B) ortogonale al piano xy.
C) parallela al piano xy.
D) ortogonale all' asse z.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
   A) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   B) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.
   C) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.
   D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.

2) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$.
   B) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$.
   C) $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   D) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.

3) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\left\{(1,0,0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   B) $\{(1,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.
   C) $\{(0,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.
   D) $\{(1,0,0), (0,7,7), (0,-7,7)\}$.

4) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) non è necessariamente iniettiva.
   B) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   C) conserva tutti gli angoli.
   D) conserva la norma euclidea di ogni vettore.

5) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.
   B) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   C) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   D) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.

6) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
   A) $1 \leq r \leq k \leq n$
   B) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.
   C) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   D) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.

7) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y &= 3 \\ z &= 2 \end{cases}$. Allora r è

A) ortogonale al piano xy.
B) parallela al piano xy.
C) parallela all' asse z.
D) ortogonale all' asse z.

8) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?

A) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x+y+z+u \geq 1\}$.
B) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x-y+z-u = 0, y = 0, u = 0\}$.
C) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 = 0\}$.
D) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x^2+y^2+z^2+u^2 \leq 1\}$.

9) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora

A) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
B) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.
C) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
D) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.
   B) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).
   C) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).
   D) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).

2) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x &= 3 \\ y &= 1 \end{cases}$. Allora r è
   A) parallela all' asse z.
   B) ortogonale al piano xy.
   C) ortogonale all' asse z.
   D) parallela al piano xy.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.
   B) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   C) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   D) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.

4) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | (x + y)^3 = 0\}$.
   B) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | u = 2, z = 1\}$.
   C) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.
   D) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.

5) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.
   B) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
   C) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
   D) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.

6) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.
   B) T non può avere più di n autovalori distinti.
   C) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
   D) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.

7) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
   A) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.
   B) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.
   C) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.
   D) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.

8) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
   B) è invertibile.
   C) conserva tutte le distanze.
   D) manda rette parallele in rette parallele.

9) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $I\!R^3$?
   A) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   B) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   C) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   D) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) non è necessariamente iniettiva.
   B) conserva tutti gli angoli.
   C) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   D) manda rette ortogonali in rette ortogonali.

2) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
   A) $1 \leq r \leq k \leq n$
   B) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   C) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   D) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.

3) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$. Allora r è
   A) parallela al piano xy.
   B) parallela all' asse z.
   C) ortogonale al piano xy.
   D) ortogonale all' asse z.

4) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.
   B) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   C) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   D) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
   B) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.
   C) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).
   D) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).

6) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
   B) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   C) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   D) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

7) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x-y+z-u=0, y=0, u=0\}$.
   B) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x^2=0\}$.
   C) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x+y+z+u \geq 1\}$.
   D) $\{(x,y,z,u) \in \mathbb{R}^4 | x^2+y^2+z^2+u^2 \leq 1\}$.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.
   B) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
   C) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.

9) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
   A) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.
   B) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.
   C) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   B) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.
   C) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.

2) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.
   B) T non può avere più di n autovalori distinti.
   C) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.
   D) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.

3) Nello spazio euclideo standard $I\!\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y & = & 3 \\ z & = & 2 \end{cases}$. Allora r è
   A) ortogonale al piano xy.
   B) parallela al piano xy.
   C) ortogonale all' asse z.
   D) parallela all' asse z.

4) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
   B) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.
   C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
   D) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.

5) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!\!R^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u, t) \in I\!\!R^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.
   B) $\{(x, y, z, u, t) \in I\!\!R^5 | (x + y)^3 = 0\}$.
   C) $\{(x, y, z, u, t) \in I\!\!R^5 | u = 2, z = 1\}$.
   D) $\{(x, y, z, u, t) \in I\!\!R^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.

6) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$.
   B) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$.
   C) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.
   D) $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).

7) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
   A) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.
   B) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.
   C) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.
   D) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.

8) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
   B) è invertibile.
   C) manda rette parallele in rette parallele.
   D) conserva tutte le distanze.

9) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\left\{(1,0,0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   B) $\{(1,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.
   C) $\{(1,0,0), (0,7,7), (0,-7,7)\}$.
   D) $\{(0,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
   B) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.
   C) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
   D) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.

2) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   B) non è necessariamente iniettiva.
   C) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   D) conserva tutti gli angoli.

3) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   B) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.
   C) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   D) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.

4) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
   A) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.
   B) $1 \leq r \leq k \leq n$
   C) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   D) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.

5) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.
   C) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   D) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.

6) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   B) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$.
   C) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$.
   D) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.

7) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(0,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.
   B) $\left\{(1,0,0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   C) $\{(1,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.
   D) $\{(1,0,0), (0,7,7), (0,-7,7)\}$.

8) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$. Allora r è
   A) parallela all' asse z.
   B) ortogonale al piano xy.
   C) parallela al piano xy.
   D) ortogonale all' asse z.

9) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x,y,z,u,t) \in \mathbb{R}^5 | u = 2, z = 1\}$.
   B) $\{(x,y,z,u,t) \in \mathbb{R}^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.
   C) $\{(x,y,z,u,t) \in \mathbb{R}^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.
   D) $\{(x,y,z,u,t) \in \mathbb{R}^5 | (x+y)^3 = 0\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
   B) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).
   C) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).
   D) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.

2) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x &= 3 \\ y &= 1 \end{cases}$. Allora r è
   A) parallela al piano xy.
   B) ortogonale al piano xy.
   C) ortogonale all' asse z.
   D) parallela all' asse z.

3) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
   B) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.
   C) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.

4) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 = 0\}$.
   B) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x - y + z - u = 0, y = 0, u = 0\}$.
   C) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x + y + z + u \geq 1\}$.
   D) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \leq 1\}$.

5) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) manda rette parallele in rette parallele.
   B) conserva tutte le distanze.
   C) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
   D) è invertibile.

6) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora

A) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.

B) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.

C) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.

D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.

7) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?

A) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.

B) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

C) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

D) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.

8) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.

A) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.

B) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.

C) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.

D) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.

9) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora

A) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.

B) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.

C) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.

D) T non può avere più di n autovalori distinti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   B) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   C) non è necessariamente iniettiva.
   D) conserva tutti gli angoli.

2) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$. Allora r è
   A) parallela all' asse z.
   B) parallela al piano xy.
   C) ortogonale all' asse z.
   D) ortogonale al piano xy.

3) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   B) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   C) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.
   D) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.

4) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.
   B) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
   C) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).
   D) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).

5) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $I\!R^3$?
   A) $\left\{(1,0,0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   B) $\{(1,0,0), (0,7,7), (0,-7,7)\}$.
   C) $\{(0,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.
   D) $\{(1,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.

6) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora

A) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.

B) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.

C) $1 \leq r \leq k \leq n$

D) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.

7) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?

A) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.

B) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | u = 2, z = 1\}$.

C) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | (x + y)^3 = 0\}$.

D) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora

A) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.

B) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.

C) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.

D) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.

9) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora

A) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.

B) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.

C) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.

D) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x - y + z - u = 0, y = 0, u = 0\}$.
   B) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x + y + z + u \geq 1\}$.
   C) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \leq 1\}$.
   D) $\{(x, y, z, u) \in \mathbb{R}^4 | x^2 = 0\}$.

2) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.
   B) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.
   C) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
   D) T non può avere più di n autovalori distinti.

3) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare **S**. Allora
   A) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.
   B) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   C) se **S** non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.
   D) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.

4) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.
   B) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   C) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   D) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.

5) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
   A) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.
   B) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.
   C) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.
   D) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.

6) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) manda rette parallele in rette parallele.
   B) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
   C) conserva tutte le distanze.
   D) è invertibile.

7) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y & = & 3 \\ z & = & 2 \end{cases}$. Allora r è
   A) ortogonale all' asse z.
   B) parallela all' asse z.
   C) ortogonale al piano xy.
   D) parallela al piano xy.

8) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
   B) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   C) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   D) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

9) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbb{R},+,\cdot)$.
   B) $(M_3(\mathbb{R}),+,\cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   C) $(\mathbb{R}[t],+,\cdot)$.
   D) $(\mathbb{N},+,\cdot)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
A) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$.
B) $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
C) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$.
D) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.

2) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
A) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
B) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
C) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
D) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.

3) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
A) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
B) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.
C) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.
D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.

4) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
A) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
B) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.
C) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
D) $1 \leq r \leq k \leq n$

5) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y & = & 3 \\ z & = & 2 \end{cases}$. Allora r è
A) ortogonale al piano xy.
B) parallela all' asse z.
C) parallela al piano xy.
D) ortogonale all' asse z.

6) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!R^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x + y + z + u \geq 1\}$.
   B) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x - y + z - u = 0, y = 0, u = 0\}$.
   C) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x^2 = 0\}$.
   D) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \leq 1\}$.

7) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.
   C) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
   D) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.

8) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) conserva tutti gli angoli.
   B) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   C) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   D) non è necessariamente iniettiva.

9) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   B) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   C) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   D) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) conserva tutte le distanze.
   B) è invertibile.
   C) manda rette parallele in rette parallele.
   D) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.

2) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | u = 2, z = 1\}$.
   B) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.
   C) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | (x + y)^3 = 0\}$.
   D) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.

3) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
   B) T non può avere più di n autovalori distinti.
   C) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.
   D) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.

4) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(1, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$.
   B) $\{(1, 0, 0), (0, 7, 7), (0, -7, 7)\}$.
   C) $\left\{(1, 0, 0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   D) $\{(0, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$.

5) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
   B) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.
   C) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.
   D) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.
   C) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.
   D) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.

7) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$. Allora r è

A) ortogonale al piano xy.

B) parallela al piano xy.

C) parallela all' asse z.

D) ortogonale all' asse z.

8) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.

A) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.

B) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.

C) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.

D) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.

9) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?

A) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).

B) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).

C) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.

D) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   B) conserva tutti gli angoli.
   C) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   D) non è necessariamente iniettiva.

2) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   B) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   C) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   D) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.

3) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
   B) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.
   C) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).
   D) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).

4) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(1, 0, 0), (0, 7, 7), (0, -7, 7)\}$.
   B) $\left\{(1, 0, 0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   C) $\{(0, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$.
   D) $\{(1, 0, 0), (0, 0, -1), (0, 1, 0)\}$.

5) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
   A) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   B) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   C) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.
   D) $1 \leq r \leq k \leq n$

6) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x & = & 3 \\ y & = & 1 \end{cases}$. Allora r è

A) parallela al piano xy.
B) parallela all' asse z.
C) ortogonale all' asse z.
D) ortogonale al piano xy.

7) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!R^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?

A) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x - y + z - u = 0, y = 0, u = 0\}$.
B) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x^2 = 0\}$.
C) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \leq 1\}$.
D) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x + y + z + u \geq 1\}$.

8) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora

A) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.
B) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
C) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
D) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.

9) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora

A) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.
B) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.
C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.
D) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.
   B) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.
   C) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   D) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.

2) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | (x + y)^3 = 0\}$.
   B) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.
   C) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.
   D) $\{(x, y, z, u, t) \in \mathbb{R}^5 | u = 2, z = 1\}$.

3) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.
   B) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.
   C) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
   D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.

4) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x + y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$. Allora r è
   A) ortogonale al piano xy.
   B) parallela al piano xy.
   C) parallela all' asse z.
   D) ortogonale all' asse z.

5) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
   A) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.
   B) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.
   C) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.
   D) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.

6) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) manda rette parallele in rette parallele.
   B) conserva tutte le distanze.
   C) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
   D) è invertibile.

7) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbb{R}[t], +, \cdot)$.
   B) $(\mathbb{N}, +, \cdot)$.
   C) $(M_3(\mathbb{R}), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   D) $(\mathbb{R}, +, \cdot)$.

8) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\left\{(1,0,0), (0, \frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7}), (0, -\frac{\sqrt{7}}{7}, \frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   B) $\{(1,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.
   C) $\{(0,0,0), (0,0,-1), (0,1,0)\}$.
   D) $\{(1,0,0), (0,7,7), (0,-7,7)\}$.

9) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.
   B) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
   C) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.
   D) T non può avere più di n autovalori distinti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   B) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   C) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   D) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.

2) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
   A) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   B) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   C) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.
   D) $1 \leq r \leq k \leq n$

3) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x + y & = & 3 \\ z & = & 2 \end{cases}$. Allora r è
   A) ortogonale al piano xy.
   B) parallela all' asse z.
   C) ortogonale all' asse z.
   D) parallela al piano xy.

4) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!R^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u, t) \in I\!R^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.
   B) $\{(x, y, z, u, t) \in I\!R^5 | (x + y)^3 = 0\}$.
   C) $\{(x, y, z, u, t) \in I\!R^5 | u = 2, z = 1\}$.
   D) $\{(x, y, z, u, t) \in I\!R^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(I\!R[t], +, \cdot)$.
   B) $(M_3(I\!R), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   C) $(I\!R, +, \cdot)$.
   D) $(I\!N, +, \cdot)$.

6) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
   B) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   C) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
   D) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

7) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   B) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.
   C) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.

8) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
   B) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.
   C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
   D) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.

9) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   B) conserva tutti gli angoli.
   C) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   D) non è necessariamente iniettiva.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   C) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
   D) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.

2) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!R^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x + y + z + u \geq 1\}$.
   B) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 \leq 1\}$.
   C) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x^2 = 0\}$.
   D) $\{(x, y, z, u) \in I\!R^4 | x - y + z - u = 0, y = 0, u = 0\}$.

3) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) conserva tutte le distanze.
   B) manda rette parallele in rette parallele.
   C) è invertibile.
   D) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.

4) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
   A) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   B) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.
   C) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.
   D) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.

5) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.
   B) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).
   C) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
   D) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).

6) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$. Allora r è
A) parallela all' asse z.
B) ortogonale al piano xy.
C) parallela al piano xy.
D) ortogonale all' asse z.

7) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $\mathbb{K}$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
A) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
B) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.
C) T non può avere più di n autovalori distinti.
D) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.

8) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
A) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.
B) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
C) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
D) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.

9) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
A) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.
B) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.
C) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.
D) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Nello spazio euclideo standard $\mathbb{R}^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazioni $\begin{cases} x &= 3 \\ y &= 1 \end{cases}$. Allora r è
   A) ortogonale al piano xy.
   B) parallela al piano xy.
   C) ortogonale all' asse z.
   D) parallela all' asse z.

2) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
   A) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
   B) conserva la norma euclidea di ogni vettore.
   C) conserva tutti gli angoli.
   D) non è necessariamente iniettiva.

3) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 7.
   A) Se $\det(A) \neq 0$ allora in A non esiste alcun minore di ordine 6 avente determinante nullo.
   B) Se $\det(A) = 0$ allora in A ogni riga è combinazione lineare delle altre righe.
   C) Se i complementi algebrici degli elementi della settima riga sono nulli, allora $\det(A) = 0$.
   D) Se $\det(A) \neq 0$ allora gli elementi della diagonale principale di A non possono essere tutti nulli.

4) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortogonali dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbb{R}^3$?
   A) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   B) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
   C) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   D) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.

5) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $\mathbb{R}^5$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x,y,z,u,t) \in \mathbb{R}^5 | u = 2, z = 1\}$.
   B) $\{(x,y,z,u,t) \in \mathbb{R}^5 | t = x^2 + y^2 + z^2 + u^2\}$.
   C) $\{(x,y,z,u,t) \in \mathbb{R}^5 | x^2 + y^2 + z^2 + u^2 + t^2 = 0\}$.
   D) $\{(x,y,z,u,t) \in \mathbb{R}^5 | (x+y)^3 = 0\}$.

6) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\mathrm{Im}T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V - \dim(\ker T)$.
   C) se T è iniettiva allora $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim V$.
   D) $\mathrm{Im}T$ e $\ker T$ non hanno vettori in comune.

7) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$ in n incognite ($n > 0$). Allora
   A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) > \rho(C)$.
   B) se m è il numero di equazioni in $\mathbf{S}$ il sistema ammette ∞^{n-m} soluzioni.
   C) se $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n$ la matrice A e la matrice C sono necessariamente nulle.
   D) se $\rho(A) = \rho(C)$ si ha che $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(C)$.

8) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(\mathbf{C}, +, \cdot)$ ($\mathbf{C}$ rappresenta l'insieme dei numeri complessi).
   B) $(\mathbf{Z}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Z}$ rappresenta l'insieme dei numeri interi).
   C) $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ rappresenta l'insieme dei numeri razionali).
   D) $(P_3, +, \cdot)$, dove P_3 rappresenta l'insieme delle matrici 3×3 con tutti i coefficienti positivi e $\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne.

9) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Sia λ un autovalore di T di molteplicità geometrica r e algebrica k. Allora
   A) se u e v sono autovettori di T lo è anche il vettore $u + v$.
   B) si possono trovare r autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   C) si possono trovare k autovettori di T linearmente indipendenti relativi a λ e non di più.
   D) $1 \leq r \leq k \leq n$

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Nello spazio euclideo standard $I\!R^3$, rispetto al riferimento cartesiano naturale, sia r la retta di equazione $\begin{cases} x+y &= 3 \\ z &= 2 \end{cases}$. Allora r è
   A) parallela al piano xy.
   B) ortogonale all' asse z.
   C) parallela all' asse z.
   D) ortogonale al piano xy.

2) Sia V uno spazio vettoriale di dimensione finita sul campo reale e sia $T : V \to V$ una trasformazione lineare. Allora
   A) $\dim(\mathrm{Im}T) = \dim(\ker T)$.
   B) $\mathrm{Im}T \cap \ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   C) può accadere che $\ker T$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   D) $\dim(\ker T^2) = \dim(\ker T)$.

3) Siano A e C rispettivamente la matrice incompleta e completa associate ad un sistema lineare $\mathbf{S}$. Allora
   A) se esistono, le soluzioni del sistema sono combinazioni lineari delle righe di A.
   B) $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C)$.
   C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni deve necessariamente risultare $\rho(A) \neq \rho(C)$.
   D) il numero di soluzioni del sistema è al più pari al numero di colonne di C.

4) Quali delle seguenti strutture algebriche sono campi rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto?
   A) $(I\!N, +, \cdot)$.
   B) $(I\!R, +, \cdot)$.
   C) $(M_3(I\!R), +, \cdot)$ ($\cdot$ è l'usuale prodotto righe per colonne).
   D) $(I\!R[t], +, \cdot)$.

5) Sia A una matrice reale quadrata di ordine 8.
   A) Se in A una riga è combinazione lineare delle altre righe allora $\det(A) = 0$.
   B) Se $\det(A) = 0$ allora i complementi algebrici degli elementi di almeno una colonna sono tutti nulli.
   C) Se gli elementi della diagonale principale di A sono tutti nulli allora $\det(A) = 0$.
   D) Il determinante di A non può mai assumere lo stesso valore della traccia di A.

6) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione finita
   A) conserva tutte le distanze.
   B) conserva tutti gli angoli ma non necessariamente le distanze.
   C) è invertibile.
   D) manda rette parallele in rette parallele.

7) Siano V uno spazio vettoriale $n-$dimensionale sul campo $I\!K$, T un suo endomorfismo qualunque. Allora
   A) se v è un autovettore di T lo è anche ogni suo multiplo.
   B) esiste sempre una base di V rispetto alla quale la matrice associata a T è diagonale.
   C) T non può avere più di n autovalori distinti.
   D) se λ è un autovalore di T allora λ^2 è un autovalore di T^2.

8) Quali dei seguenti insiemi sono basi ortonormali dello spazio vettoriale euclideo standard $I\!R^3$?
   A) $\{(1,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   B) $\{(1,0,0),(0,7,7),(0,-7,7)\}$.
   C) $\{(0,0,0),(0,0,-1),(0,1,0)\}$.
   D) $\left\{(1,0,0),(0,\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7}),(0,-\frac{\sqrt{7}}{7},\frac{\sqrt{7}}{7})\right\}$.

9) Quali dei seguenti insiemi sono sottospazi vettoriali di $I\!R^4$ sul campo dei numeri reali, rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per scalari?
   A) $\{(x,y,z,u) \in I\!R^4 | x^2 = 0\}$.
   B) $\{(x,y,z,u) \in I\!R^4 | x+y+z+u \geq 1\}$.
   C) $\{(x,y,z,u) \in I\!R^4 | x^2+y^2+z^2+u^2 \leq 1\}$.
   D) $\{(x,y,z,u) \in I\!R^4 | x-y+z-u = 0, y = 0, u = 0\}$.