Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).
   B) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
   C) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).
   D) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.

2) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.
   B) $AB = BA$.
   C) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.
   D) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.

3) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.

4) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 0, 3)\}$.
   B) $\{(0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3)\}$.
   C) $\{(4, 5, -2), (3, 2, -7)\}$.
   D) $\{(1, -3, 4), (5, 1, 0), (-2, 1, 2), (1, 1, 2)\}$.

5) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) \leq 3$.
   B) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   C) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   D) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.

6) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.
   B) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   C) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   D) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
A) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
B) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
C) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
D) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.

8) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.
B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.

9) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
A) $\dim {}^\perp U = \dim U$.
B) $\mathbf{R}^7 \subseteq {}^\perp U$.
C) ${}^\perp({}^\perp U) = U$.
D) $\dim {}^\perp U + \dim U = 7$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.
   B) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.
   C) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
   D) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.

2) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
   A) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 16$.
   B) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus^{\perp} U$.
   C) ${}^{\perp}U \subseteq U$.
   D) $\dim {}^{\perp}U \leq \dim U$.

3) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.

4) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 8)\}$.
   B) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 0, 0, 4)\}$.
   C) $\{(0, 1, 2, 3), (1, 2, 3, 4,), (2, 3, 4, 5), (3, 4, 5, 6)\}$.
   D) $\{(1, -2, 3, 0), (1, 1, 5, 2), (2, 4, 10, -5)\}$.

5) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) $A + B + C = C + B + A$.
   B) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   C) $A(BC) = (AB)C$.
   D) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.

6) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   B) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   C) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).
   D) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.

7) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora

A) $\rho(A) = \dim(ImT)$.

B) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.

C) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.

D) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.

8) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.

A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.

B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.

C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.

D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.

A) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.

B) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.

C) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u + v$ è un autovettore di T.

D) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.
   B) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.
   C) $AB = BA$.
   D) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.

2) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.
   B) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   C) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   D) $\rho(A) \leq 3$.

3) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.
   B) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   C) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   D) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   B) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u + v$ è un autovettore di T.
   C) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.
   D) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.

5) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.

6) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(1, -3, 4), (5, 1, 0), (-2, 1, 2), (1, 1, 2)\}$.
   B) $\{(4, 5, -2), (3, 2, -7)\}$.
   C) $\{(0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3)\}$.
   D) $\{(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 0, 3)\}$.

7) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 y_1 + x_2 y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 x_2 + 5 y_1 y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 x_2 + y_1 + y_2 + 1$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 x_2$.

8) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
   A) $\dim {}^{\perp}U \leq \dim U$.
   B) ${}^{\perp}U \subseteq U$.
   C) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 16$.
   D) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus {}^{\perp} U$.

9) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   B) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).
   C) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
   D) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) $\mathbf{R}^7 \subseteq^\perp U$.
   B) $^\perp(^\perp U) = U$.
   C) $\dim^\perp U + \dim U = 7$.
   D) $\dim^\perp U = \dim U$.

2) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.
   B) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
   C) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.
   D) $\rho(A) = \dim(ImT)$.

3) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   B) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   C) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   D) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).

4) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.
   B) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
   C) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.
   D) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.

5) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   B) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.
   D) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.

7) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.

8) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.
   B) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   C) $A + B + C = C + B + A$.
   D) $A(BC) = (AB)C$.

9) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(1, -2, 3, 0), (1, 1, 5, 2), (2, 4, 10, -5)\}$.
   B) $\{(0, 1, 2, 3), (1, 2, 3, 4,), (2, 3, 4, 5), (3, 4, 5, 6)\}$.
   C) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 0, 0, 4)\}$.
   D) $\{(0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 8)\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.
   B) $A + B + C = C + B + A$.
   C) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   D) $A(BC) = (AB)C$.

2) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.

3) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.

4) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3)\}$.
   B) $\{(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 0, 3)\}$.
   C) $\{(1, -3, 4), (5, 1, 0), (-2, 1, 2), (1, 1, 2)\}$.
   D) $\{(4, 5, -2), (3, 2, -7)\}$.

5) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   B) $\rho(A) \leq 3$.
   C) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.
   D) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.

6) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   B) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.
   C) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.
   D) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   B) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.
   C) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   D) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.

8) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) $\mathbf{R}^7 \subseteq^{\perp} U$.
   B) $\dim^{\perp} U + \dim U = 7$.
   C) $\dim^{\perp} U = \dim U$.
   D) ${}^{\perp}({}^{\perp}U) = U$.

9) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   B) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   C) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   D) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u+v$ è un autovettore di T.
   B) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   C) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.
   D) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.

2) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.
   B) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.
   C) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
   D) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.

3) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) $AB = BA$.
   B) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.
   C) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.
   D) Se $(A+B)(B+C) = AB + AC + B^2 + BC$.

4) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+ =$ insieme dei numeri reali positivi).
   B) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C} =$ insieme dei numeri complessi).
   C) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z} =$ insieme dei numeri interi).
   D) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.

5) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.

6) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
A) ${}^{\perp}U \subseteq U$.
B) $\dim {}^{\perp}U \leq \dim U$.
C) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus {}^{\perp}U$.
D) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 16$.

7) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
A) $\{(1,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,3,0),(0,0,0,4)\}$.
B) $\{(0,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(1,0,0,0),(0,0,0,8)\}$.
C) $\{(0,1,2,3),(1,2,3,4,),(2,3,4,5),(3,4,5,6)\}$.
D) $\{(1,-2,3,0),(1,1,5,2),(2,4,10,-5)\}$.

8) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
A) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
B) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
C) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.
D) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.

9) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
A) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.
B) $\rho(A) = \dim(ImT)$.
C) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
D) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   B) $A(BC) = (AB)C$.
   C) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.
   D) $A + B + C = C + B + A$.

2) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.

3) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3)\}$.
   B) $\{(4, 5, -2), (3, 2, -7)\}$.
   C) $\{(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 0, 3)\}$.
   D) $\{(1, -3, 4), (5, 1, 0), (-2, 1, 2), (1, 1, 2)\}$.

4) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   B) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   C) $\rho(A) \leq 3$.
   D) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.

5) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
   A) $\dim {}^\perp U \leq \dim U$.
   B) $\dim {}^\perp U + \dim U = 16$.
   C) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus {}^\perp U$.
   D) ${}^\perp U \subseteq U$.

6) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   B) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).
   C) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   D) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).

7) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   B) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   C) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.
   D) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   B) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.
   C) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.
   D) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u + v$ è un autovettore di T.

9) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) = \dim(ImT)$.
   B) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
   C) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.
   D) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.

2) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.

3) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).
   B) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
   C) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   D) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).

4) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) $^\perp(^\perp U) = U$.
   B) $\mathbf{R}^7 \subseteq ^\perp U$.
   C) $\dim ^\perp U = \dim U$.
   D) $\dim ^\perp U + \dim U = 7$.

5) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.

6) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.
   B) $AB = BA$.
   C) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.
   D) $^t(AB) = ^tA ^tB$.

7) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.
   B) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
   C) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.
   D) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.

8) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(0,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(1,0,0,0),(0,0,0,8)\}$.
   B) $\{(0,1,2,3),(1,2,3,4,),(2,3,4,5),(3,4,5,6)\}$.
   C) $\{(1,-2,3,0),(1,1,5,2),(2,4,10,-5)\}$.
   D) $\{(1,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,3,0),(0,0,0,4)\}$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   B) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   C) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   D) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.

2) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.

3) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) $\mathbf{R}^7 \subseteq^\perp U$.
   B) $\dim^\perp U = \dim U$.
   C) $^\perp(^\perp U) = U$.
   D) $\dim^\perp U + \dim U = 7$.

4) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(1, -3, 4), (5, 1, 0), (-2, 1, 2), (1, 1, 2)\}$.
   B) $\{(4, 5, -2), (3, 2, -7)\}$.
   C) $\{(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 0, 3)\}$.
   D) $\{(0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3)\}$.

5) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.
   B) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   C) $\rho(A) \leq 3$.
   D) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.

6) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.
   B) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   C) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.
   D) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   B) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   C) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   D) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.

8) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
   B) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   C) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).
   D) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).

9) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) $AB = BA$.
   B) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.
   C) ${}^t(AB) = {}^tA\,{}^tB$.
   D) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u + v$ è un autovettore di T.
   B) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.
   C) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.
   D) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.

3) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) $A(BC) = (AB)C$.
   B) $A + B + C = C + B + A$.
   C) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   D) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.

4) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).
   B) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   C) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   D) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.

5) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.

6) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.
   B) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.
   C) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
   D) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.

7) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.
   B) $\rho(A) = \dim(ImT)$.
   C) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
   D) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.

8) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 0, 0, 4)\}$.
   B) $\{(0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 8)\}$.
   C) $\{(0, 1, 2, 3), (1, 2, 3, 4,), (2, 3, 4, 5), (3, 4, 5, 6)\}$.
   D) $\{(1, -2, 3, 0), (1, 1, 5, 2), (2, 4, 10, -5)\}$.

9) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
   A) ${}^{\perp}U \subseteq U$.
   B) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus {}^{\perp} U$.
   C) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 16$.
   D) $\dim {}^{\perp}U \leq \dim U$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(1,-3,4),(5,1,0),(-2,1,2),(1,1,2)\}$.
   B) $\{(1,0,1),(1,2,0),(0,0,3)\}$.
   C) $\{(0,1,1),(0,1,2),(0,1,3)\}$.
   D) $\{(4,5,-2),(3,2,-7)\}$.

2) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.
   B) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.
   C) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   D) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   B) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u + v$ è un autovettore di T.
   C) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.
   D) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.

4) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.
   B) $\rho(A) \leq 3$.
   C) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   D) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.

5) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.
   B) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.
   C) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2$.
   D) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.

6) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
  A) $\dim {}^{\perp}U \leq \dim U$.
  B) ${}^{\perp}U \subseteq U$.
  C) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus^{\perp} U$.
  D) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 16$.

7) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
  A) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
  B) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).
  C) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
  D) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).

8) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
  A) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.
  B) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.
  C) $AB = BA$.
  D) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.

9) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
  A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.
  B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
  C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
  D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   B) $A(BC) = (AB)C$.
   C) $A + B + C = C + B + A$.
   D) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.

2) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.
   B) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.
   C) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.
   D) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   B) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   C) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.
   D) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.

4) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.

5) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   B) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).
   C) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   D) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.

6) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.

7) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.
   B) $\rho(A) = \dim(ImT)$.
   C) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.
   D) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.

8) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 0, 0, 4)\}$.
   B) $\{(0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 8)\}$.
   C) $\{(1, -2, 3, 0), (1, 1, 5, 2), (2, 4, 10, -5)\}$.
   D) $\{(0, 1, 2, 3), (1, 2, 3, 4,), (2, 3, 4, 5), (3, 4, 5, 6)\}$.

9) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) $\mathbf{R}^7 \subseteq^\perp U$.
   B) $\dim^\perp U = \dim U$.
   C) $\dim^\perp U + \dim U = 7$.
   D) $^\perp(^\perp U) = U$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.

2) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(4, 5, -2), (3, 2, -7)\}$.
   B) $\{(1, -3, 4), (5, 1, 0), (-2, 1, 2), (1, 1, 2)\}$.
   C) $\{(0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3)\}$.
   D) $\{(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 0, 3)\}$.

3) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   B) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.
   C) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   D) $\rho(A) \leq 3$.

4) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   B) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.
   C) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   D) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.

5) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) $A + B + C = C + B + A$.
   B) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.
   C) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   D) $A(BC) = (AB)C$.

6) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.

7) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) ${}^\perp({}^\perp U) = U$.
   B) $\mathbf{R}^7 \subseteq {}^\perp U$.
   C) $\dim {}^\perp U = \dim U$.
   D) $\dim {}^\perp U + \dim U = 7$.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   B) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   C) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   D) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.

9) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   B) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   C) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   D) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   B) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.
   C) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.
   D) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u + v$ è un autovettore di T.

3) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.
   B) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.
   C) $AB = BA$.
   D) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.

4) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).
   B) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   C) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
   D) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).

5) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(1, -2, 3, 0), (1, 1, 5, 2), (2, 4, 10, -5)\}$.
   B) $\{(0, 1, 2, 3), (1, 2, 3, 4,), (2, 3, 4, 5), (3, 4, 5, 6)\}$.
   C) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 0, 0, 4)\}$.
   D) $\{(0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 8)\}$.

6) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.

7) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
A) $\dim {}^{\perp}U \leq \dim U$.
B) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus {}^{\perp} U$.
C) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 16$.
D) ${}^{\perp}U \subseteq U$.

8) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
A) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.
B) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
C) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.
D) $\rho(A) = \dim(ImT)$.

9) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
A) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.
B) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
C) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.
D) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(0,1,1),(0,1,2),(0,1,3)\}$.
   B) $\{(4,5,-2),(3,2,-7)\}$.
   C) $\{(1,-3,4),(5,1,0),(-2,1,2),(1,1,2)\}$.
   D) $\{(1,0,1),(1,2,0),(0,0,3)\}$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u+v$ è un autovettore di T.
   B) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   C) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.
   D) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.

3) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   B) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   C) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.
   D) $\rho(A) \leq 3$.

4) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.
   B) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.
   C) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.
   D) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2$.

5) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
   A) ${}^{\perp}U \subseteq U$.
   B) $\dim{}^{\perp}U \leq \dim U$.
   C) $\dim{}^{\perp}U + \dim U = 16$.
   D) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus{}^{\perp} U$.

6) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   B) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   C) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.
   D) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.

7) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   B) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   C) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).
   D) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).

8) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.
   B) $A + B + C = C + B + A$.
   C) $A(BC) = (AB)C$.
   D) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.

9) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   B) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
   C) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).
   D) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).

2) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.
   B) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.
   C) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
   D) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.

3) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.

4) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.
   B) $AB = BA$.
   C) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.
   D) ${}^t(AB) = {}^tA^tB$.

5) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.
   B) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.
   C) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
   D) $\rho(A) = \dim(ImT)$.

6) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(1, -2, 3, 0), (1, 1, 5, 2), (2, 4, 10, -5)\}$.
   B) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 0, 0, 4)\}$.
   C) $\{(0, 1, 2, 3), (1, 2, 3, 4,), (2, 3, 4, 5), (3, 4, 5, 6)\}$.
   D) $\{(0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 8)\}$.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.
   B) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   D) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.

8) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) $\dim^\perp U + \dim U = 7$.
   B) $^\perp(^\perp U) = U$.
   C) $\mathbf{R}^7 \subseteq^\perp U$.
   D) $\dim^\perp U = \dim U$.

9) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.

2) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) $\mathbf{R}^7 \subseteq^\perp U$.
   B) $^\perp(^\perp U) = U$.
   C) $\dim^\perp U = \dim U$.
   D) $\dim^\perp U + \dim U = 7$.

3) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.

4) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.
   B) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   C) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   D) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.

5) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   B) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   D) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.

6) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
   B) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   C) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).
   D) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).

7) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) $AB = BA$.
   B) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.
   C) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.
   D) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.

8) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 0, 3)\}$.
   B) $\{(4, 5, -2), (3, 2, -7)\}$.
   C) $\{(0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3)\}$.
   D) $\{(1, -3, 4), (5, 1, 0), (-2, 1, 2), (1, 1, 2)\}$.

9) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) \leq 3$.
   B) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   C) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   D) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(0,1,2,3),(1,2,3,4,),(2,3,4,5),(3,4,5,6)\}$.
   B) $\{(0,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(1,0,0,0),(0,0,0,8)\}$.
   C) $\{(1,-2,3,0),(1,1,5,2),(2,4,10,-5)\}$.
   D) $\{(1,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,3,0),(0,0,0,4)\}$.

2) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{N},+)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   B) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   C) $(\mathbf{R},-)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).
   D) $(\mathbf{Q},\cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).

3) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
   B) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.
   C) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A)=\rho(C)$.
   D) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.

4) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
   A) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus^{\perp} U$.
   B) $\dim^{\perp}U \leq \dim U$.
   C) ${}^{\perp}U \subseteq U$.
   D) $\dim^{\perp}U + \dim U = 16$.

5) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.
   B) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.
   C) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.
   D) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.

6) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) $A+B+C = C+B+A$.
   B) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.
   C) $A(BC) = (AB)C$.
   D) ${}^t(A+B-C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.
   B) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   C) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u+v$ è un autovettore di T.
   D) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.

8) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
   B) $\rho(A) = \dim(ImT)$.
   C) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.
   D) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.

9) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(0,1,1),(0,1,2),(0,1,3)\}$.
   B) $\{(1,0,1),(1,2,0),(0,0,3)\}$.
   C) $\{(4,5,-2),(3,2,-7)\}$.
   D) $\{(1,-3,4),(5,1,0),(-2,1,2),(1,1,2)\}$.

2) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   B) $\rho(A) \leq 3$.
   C) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   D) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.

3) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.
   B) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.
   C) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.
   D) $F((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = x_1x_2$.

4) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
   A) $\dim {}^{\perp}U \leq \dim U$.
   B) ${}^{\perp}U \subseteq U$.
   C) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 16$.
   D) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus {}^{\perp} U$.

5) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   B) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.
   C) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   D) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   B) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u+v$ è un autovettore di T.
   C) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.
   D) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.

7) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   B) $(\mathbf{C},+)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).
   C) $(\mathbf{Z},+)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).
   D) $(\mathbf{R}^+,\cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).

8) Siano A e B due matrici $n\times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n\times n$. Allora
   A) Se $(A+B)(B+C) = AB + AC + B^2 + BC$.
   B) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.
   C) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.
   D) $AB = BA$.

9) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbf{R}^4 : (x_1-x_3)^8 = 0\}$.
   B) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
   C) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.
   D) $\{(x_1,x_2,x_3,x_4)\in\mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
   A) $A(BC) = (AB)C$.
   B) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.
   C) ${}^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   D) $A + B + C = C + B + A$.

2) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).
   B) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   C) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   D) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).

3) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   B) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   C) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   D) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.

5) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.
   B) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
   C) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.
   D) $\rho(A) = \dim(ImT)$.

6) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(1, -2, 3, 0), (1, 1, 5, 2), (2, 4, 10, -5)\}$.
   B) $\{(0, 1, 2, 3), (1, 2, 3, 4,), (2, 3, 4, 5), (3, 4, 5, 6)\}$.
   C) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 0, 0, 4)\}$.
   D) $\{(0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 8)\}$.

7) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.

A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.

B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.

C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.

D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.

8) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora

A) $\mathbf{R}^7 \subseteq {}^{\perp}U$.

B) $\dim {}^{\perp}U = \dim U$.

C) ${}^{\perp}({}^{\perp}U) = U$.

D) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 7$.

9) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora

A) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.

B) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.

C) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.

D) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) + \dim(ImT) = 4$.
   B) $\rho(A) \leq 3$.
   C) T è suriettiva se solo se $\rho(A) = 3$.
   D) $\rho(A) = \dim(\ker T)$.

2) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.
   B) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.
   C) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.
   D) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.
   B) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.
   D) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.

4) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   B) $(\mathbf{R}, -)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).
   C) $(\mathbf{N}, +)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   D) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.

5) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.

6) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
A) $\mathbf{R}^7 \subseteq^\perp U$.
B) $^\perp(^\perp U) = U$.
C) $\dim^\perp U + \dim U = 7$.
D) $\dim^\perp U = \dim U$.

7) Siano A, B e C tre matrici $n \times n$ reali. Allora
A) $^t(A + B - C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
B) $A(BC) = (AB)C$.
C) $A + B + C = C + B + A$.
D) Se $A^7 = B^7$ deve necessariamente essere $A = B$.

8) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.
A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.
B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.
C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 = 0\}$.
D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.

9) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
A) $\{(0, 1, 1), (0, 1, 2), (0, 1, 3)\}$.
B) $\{(1, 0, 1), (1, 2, 0), (0, 0, 3)\}$.
C) $\{(4, 5, -2), (3, 2, -7)\}$.
D) $\{(1, -3, 4), (5, 1, 0), (-2, 1, 2), (1, 1, 2)\}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) $AB = BA$.
   B) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.
   C) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.
   D) Se $(A+B)(B+C) = AB + AC + B^2 + BC$.

2) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+ =$ insieme dei numeri reali positivi).
   B) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z} =$ insieme dei numeri interi).
   C) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C} =$ insieme dei numeri complessi).
   D) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.

3) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(0,1,2,3), (1,2,3,4,), (2,3,4,5), (3,4,5,6)\}$.
   B) $\{(1,-2,3,0), (1,1,5,2), (2,4,10,-5)\}$.
   C) $\{(0,0,0,0), (0,1,0,0), (0,0,1,0), (1,0,0,0), (0,0,0,8)\}$.
   D) $\{(1,0,0,0), (0,2,0,0), (0,0,3,0), (0,0,0,4)\}$.

4) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.

5) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u + v$ è un autovettore di T.
   B) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.
   C) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   D) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.

7) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora

A) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.

B) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.

C) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.

D) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.

8) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora

A) ${}^{\perp}U \subseteq U$.

B) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus {}^{\perp} U$.

C) $\dim {}^{\perp}U \leq \dim U$.

D) $\dim {}^{\perp}U + \dim U = 16$.

9) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora

A) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.

B) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.

C) $\rho(A) = \dim(ImT)$.

D) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione dispari m.
   A) Se λ è un autovalore di T allora è anche un autovalore di T^2.
   B) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   C) Se il polinomio caratteristico di T ammette m radici distinte allora T ammette una base spettrale.
   D) Se u e v sono autovettori di T allora anche $u+v$ è un autovettore di T.

2) Dire quali dei seguenti insiemi è una base per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^3$.
   A) $\{(4,5,-2),(3,2,-7)\}$.
   B) $\{(0,1,1),(0,1,2),(0,1,3)\}$.
   C) $\{(1,0,1),(1,2,0),(0,0,3)\}$.
   D) $\{(1,-3,4),(5,1,0),(-2,1,2),(1,1,2)\}$.

3) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T:\mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^3$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) T è suriettiva se solo se $\rho(A)=3$.
   B) $\rho(A)+\dim(ImT)=4$.
   C) $\rho(A)\leq 3$.
   D) $\rho(A)=\dim(\ker T)$.

4) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^8$. Allora
   A) $\mathbf{R}^8 = U \bigoplus^{\perp} U$.
   B) $\dim^{\perp}U \leq \dim U$.
   C) $\dim^{\perp}U + \dim U = 16$.
   D) ${}^{\perp}U \subseteq U$.

5) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo:
   A) $(\mathbf{N},+)$ ($\mathbf{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   B) $(\mathbf{Q},\cdot)$ ($\mathbf{Q}$ = insieme dei numeri razionali).
   C) Insieme delle rotazioni del piano euclideo intorno ad un punto fissato, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.
   D) $(\mathbf{R},-)$ ($\mathbf{R}$ = insieme dei numeri reali).

6) Siano A, B e C tre matrici $n\times n$ reali. Allora
   A) $A+B+C=C+B+A$.
   B) ${}^t(A+B-C) = {}^tB - {}^tC + {}^tA$.
   C) Se $A^7=B^7$ deve necessariamente essere $A=B$.
   D) $A(BC)=(AB)C$.

7) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^5$.

A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1x_2x_3x_4x_5 = 0\}$.

B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1 = x_2 = x_5 + x_4\}$.

C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_1^2 + x_3^2 = 0\}$.

D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbf{R}^5 : x_3 \geq 1\}$.

8) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.

A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2$.

B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2$.

C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + y_1 + y_2 + 1$.

D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 + 5y_1y_2$.

9) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora

A) $\rho(A) = m$ e $\rho(C) = n$.

B) se S è omogeneo l'insieme delle soluzioni di S è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^n$.

C) se $m > n$ il sistema S non ammette soluzioni.

D) S ammette $\infty^{\rho(C)-\rho(A)}$ soluzioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale V di dimensione finita $n > 0$.
   A) Può accadere che T sia privo di autovalori reali.
   B) Può accadere che il polinomio caratteristico di T non sia definito.
   C) Se T ammette un autovalore reale di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   D) Se v è un autovettore di T allora è anche un autovettore di T^2.

2) Siano A e B due matrici $n \times n$ reali e sia $\mathbf{0}$ la matrice nulla $n \times n$. Allora
   A) ${}^t(AB) = {}^tA{}^tB$.
   B) $AB = BA$.
   C) Se $AB = \mathbf{0}$ deve necessariamente essere $A = \mathbf{0}$ oppure $B = \mathbf{0}$.
   D) Se $(A + B)(B + C) = AB + AC + B^2 + BC$.

3) Dire quali dei seguenti insiemi è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1 - 4x_2 + 3 = 0\}$.
   B) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_4 = 0\}$.
   C) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : x_1x_2 - x_3x_4 = 0\}$.
   D) $\{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : (x_1 - x_3)^8 = 0\}$.

4) Dire quali delle seguenti funzioni da $\mathbf{R}^2 \times \mathbf{R}^2$ a $\mathbf{R}$ sono prodotti scalari sullo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^2$.
   A) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1x_2 - 4y_1y_2$.
   B) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = x_1 + x_2 + y_1 + y_2$.
   C) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 0$.
   D) $F((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = 2x_1x_2 + x_1y_2 + x_2y_1 + 4y_1y_2$.

5) Sia A la matrice associata ad una trasformazione lineare $T : \mathbf{R}^4 \to \mathbf{R}^4$, rispetto a due basi fissate per gli spazi vettoriali. Allora
   A) $\rho(A) + \dim(\ker T) = 4$.
   B) $\rho(A) = 0$ se e solo se T è identicamente nulla.
   C) $\rho(A) = \dim(ImT)$.
   D) T è invertibile se solo se $\rho(A) = 4$.

6) Dire quali dei seguenti insiemi è un insieme di generatori per lo spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^4$.
   A) $\{(0, 1, 2, 3), (1, 2, 3, 4,), (2, 3, 4, 5), (3, 4, 5, 6)\}$.
   B) $\{(1, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 3, 0), (0, 0, 0, 4)\}$.
   C) $\{(0, 0, 0, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 0), (1, 0, 0, 0), (0, 0, 0, 8)\}$.
   D) $\{(1, -2, 3, 0), (1, 1, 5, 2), (2, 4, 10, -5)\}$.

7) Sia S un sistema lineare di m equazioni in n incognite e siano rispettivamene A e C le matrici incompleta e completa associate ad S. Allora
   A) l'insieme delle soluzioni di S è sempre un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard $\mathbf{R}^m$.
   B) se $m \leq n$ il sistema S ammette sempre soluzioni.
   C) se S ammette soluzioni le colonne di C sono linearmente dipendenti.
   D) S ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C)$.

8) Sia U un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale euclideo standard $\mathbf{R}^7$. Allora
   A) $\dim{}^{\perp} U = \dim U$.
   B) $\dim{}^{\perp} U + \dim U = 7$.
   C) ${}^{\perp}({}^{\perp}U) = U$.
   D) $\mathbf{R}^7 \subseteq{}^{\perp} U$.

9) Si dica quali delle seguenti strutture algebriche è un gruppo commutativo:
   A) $(\mathbf{C}, +)$ ($\mathbf{C}$ = insieme dei numeri complessi).
   B) $(\mathbf{R}^+, \cdot)$ ($\mathbf{R}^+$ = insieme dei numeri reali positivi).
   C) $(\mathbf{Z}, +)$ ($\mathbf{Z}$ = insieme dei numeri interi).
   D) Insieme delle traslazioni dello spazio euclideo, rispetto alla usuale composizione di applicazioni.