Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

2) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) $AB = BA$.
   B) ${}^t(A^{-1}) = \ ({}^tA)^{-1}$.
   C) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   D) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in I\!R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.
   D) $\big((1, 0, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0, 0), (0, 0, 3, 0, 0), (0, 0, 0, 4, 0), (0, 0, 0, 0, 5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   B) $\ker\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   C) $\det A > 0$.
   D) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.

5) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   B) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   C) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).
   B) le matrici A e B sono fra loro simili.
   C) A e B devono necessariamente coincidere.
   D) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.
   B) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.

8) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   C) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   D) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.
   B) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.
   C) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   D) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   C) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   D) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.
   B) se $v \in V$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   C) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   D) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.

5) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   B) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   C) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.
   D) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

B) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.

D) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che

A) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.

B) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.

C) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.

D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.

C) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

D) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

9) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora

A) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.

B) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.

C) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.

D) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
   B) $AB = BA$.
   C) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   D) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.

2) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.
   B) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   C) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   D) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.
   B) A e B devono necessariamente coincidere.
   C) le matrici A e B sono fra loro simili.
   D) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).

4) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   B) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.
   C) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1,0,0,0,0),(0,2,0,0,0),(0,0,3,0,0),(0,0,0,4,0),(0,0,0,0,5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$.
   B) l'insieme $\{(x,y,z,t) \in I\!R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   D) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.
   B) $\det A > 0$.
   C) ker T è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.

7) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1,2)$, $(3,3)$ e $(0,0)$ è 2.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(2,1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   C) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.
   D) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.

2) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.
   B) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   C) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.
   D) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $I\!R$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.
   B) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   C) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.
   D) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.
   D) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.
   B) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   C) $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$.
   D) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.
   B) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   C) se $v \in V$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   D) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $(A+B)(A+C) = A^2 + AC + BA + BC$.
   B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   C) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   D) $5(A+2B) = 10B + 5A$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1),(2,2),(3,3,3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.
   B) l'insieme $\{(x,y,z) \in I\!R^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   D) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\ker\, T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   C) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.
   D) $\det A > 0$.

5) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   B) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.
   D) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) le matrici A e B sono fra loro simili.
   B) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).
   C) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.
   D) A e B devono necessariamente coincidere.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.
   B) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.
   C) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   B) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.
   C) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in I\!R$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.
   B) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   C) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.
   D) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.
   B) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.
   C) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   D) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.

3) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   B) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   C) $AB = BA$.
   D) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   B) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se $v \in V$ e $\lambda \in I\!R$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   B) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.
   C) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   D) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   B) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.
   C) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in I\!R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((1, 0, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0, 0), (0, 0, 3, 0, 0), (0, 0, 0, 4, 0), (0, 0, 0, 0, 5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.
   B) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.
   C) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   B) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.
   C) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.
   D) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   B) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   D) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\ker T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\det A > 0$.
   C) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   D) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.

4) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   B) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   C) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $I\!R$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.

C) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

D) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) le matrici A e B sono fra loro simili.

B) A e B devono necessariamente coincidere.

C) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).

D) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.

8) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora

A) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.

B) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.

C) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.

D) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in I\!R$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che

A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.

B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.

D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.
   B) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.
   D) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.

2) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   C) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in I\!R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   C) $\big((1, 0, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0, 0), (0, 0, 3, 0, 0), (0, 0, 0, 4, 0), (0, 0, 0, 0, 5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$.
   D) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.

6) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) $AB = BA$.
   B) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   C) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
   D) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.
   B) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   C) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.
   D) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.
   B) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   C) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.
   D) se $v \in V$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.

9) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   B) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.
   C) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((1,0,0,0,0),(0,2,0,0,0),(0,0,3,0,0),(0,0,0,4,0),(0,0,0,0,5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$.
   C) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.
   D) l'insieme $\{(x,y,z,t) \in I\!R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.

2) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(6,-3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   B) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   C) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   D) il punto $(0,0)$ è equidistante dai punti $(0,5)$ e $(3,4)$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.
   B) $\det A > 0$.
   C) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   D) $\ker\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.

5) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m,n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se U è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.
   B) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   C) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   D) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.
   B) A e B devono necessariamente coincidere.
   C) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).
   D) le matrici A e B sono fra loro simili.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.
   B) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

9) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   B) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
   C) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   D) $AB = BA$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.
   C) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.

3) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.
   B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   C) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   D) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   D) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.
   B) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.
   C) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   D) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.
   B) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.
   C) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se $v \in V$ e $\lambda \in I\!R$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   B) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.
   C) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   D) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.
   D) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.
   B) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   C) ker T è un sottospazio vettoriale di V.
   D) $\det A > 0$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.
   B) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).
   C) le matrici A e B sono fra loro simili.
   D) A e B devono necessariamente coincidere.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   B) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.
   C) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.
   D) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.

4) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.
   B) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   C) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   D) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

8) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
   B) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   C) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   D) $AB = BA$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1, 0, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0, 0), (0, 0, 3, 0, 0), (0, 0, 0, 4, 0), (0, 0, 0, 0, 5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.
   C) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   B) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.
   C) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   D) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.
   B) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.
   C) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.
   D) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u\rangle = \langle v, u\rangle + \langle w, u\rangle$.
   B) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w\rangle = \langle w, v\rangle$.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v\rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   B) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   C) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

6) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.
   B) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.
   C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.
   D) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se $v \in V$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   B) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.
   C) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.
   D) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   B) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   C) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.
   D) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   D) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\det A > 0$.
   B) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.
   C) $\ker\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.

3) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.
   C) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   D) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B devono necessariamente coincidere.
   B) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.
   C) le matrici A e B sono fra loro simili.
   D) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).

5) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   B) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.
   C) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   D) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.

6) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   C) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.

8) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   B) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.
   C) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.
   C) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.
   D) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.

3) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   B) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
   C) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   D) $AB = BA$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

5) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.
   B) $\dim \mathit{ker}\ T - \dim \mathit{Im}\ T = \dim V$.
   C) se $v \in V$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   D) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.

B) $\big((1,0,0,0,0),(0,2,0,0,0),(0,0,3,0,0),(0,0,0,4,0),(0,0,0,0,5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$.

C) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.

D) l'insieme $\{(x,y,z,t) \in I\!R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.

B) la distanza fra il punto di coordinate $(2,1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.

C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1,2)$, $(3,3)$ e $(0,0)$ è 2.

D) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.

8) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m,n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che

A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.

B) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.

C) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.

D) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.

B) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.

C) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.

D) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\ker\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\det A > 0$.
   C) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.
   D) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in I\!R$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.
   B) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   C) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   B) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.
   D) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.

4) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   B) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   - A) le matrici A e B sono fra loro simili.
   - B) A e B devono necessariamente coincidere.
   - C) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.
   - D) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   - A) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   - B) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   - C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   - D) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   - A) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.
   - B) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   - C) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.
   - D) $\det A = \det B = \det C = 1$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   - A) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   - B) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   - C) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   - D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.
   B) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.
   C) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   D) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1,0,0,0,0),(0,2,0,0,0),(0,0,3,0,0),(0,0,0,4,0),(0,0,0,0,5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$.
   B) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme $\{(x,y,z,t) \in I\!R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.

4) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
   B) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   C) $AB = BA$.
   D) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.
   B) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.
   C) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   D) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.
   B) se $v \in V$ e $\lambda \in I\!R$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   C) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   D) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   C) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.
   D) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.
   B) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   D) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   C) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((1, 0, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0, 0), (0, 0, 3, 0, 0), (0, 0, 0, 4, 0), (0, 0, 0, 0, 5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.
   D) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).
   B) A e B devono necessariamente coincidere.
   C) le matrici A e B sono fra loro simili.
   D) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.

5) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e sia $\|\cdot\|$ la norma indotta da $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v+w, u\rangle = \langle v, u\rangle + \langle w, u\rangle$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   C) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w\rangle = \langle w, v\rangle$.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v\rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

7) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   B) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
   C) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   D) $AB = BA$.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   B) $\det A > 0$.
   C) $\ker\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.

9) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   B) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   C) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   B) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.
   C) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.
   D) se $v \in V$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   D) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   B) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.
   C) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.
   D) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   B) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   C) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((1),(2,2),(3,3,3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   B) $(A+B)(A+C) = A^2 + AC + BA + BC$.
   C) $5(A+2B) = 10B + 5A$.
   D) $\det A = \det B = \det C = 1$.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.
   B) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   C) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.
   D) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.

8) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   B) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.
   C) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.
   D) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\ker\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   C) $\det A > 0$.
   D) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.

2) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   B) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   C) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.

5) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) le matrici A e B sono fra loro simili.
   B) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).
   C) A e B devono necessariamente coincidere.
   D) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   B) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in I\!R$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.
   C) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

8) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.
   B) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   C) $AB = BA$.
   D) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1,0,0,0,0),(0,2,0,0,0),(0,0,3,0,0),(0,0,0,4,0),(0,0,0,0,5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$.
   B) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.
   C) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in I\!R^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.
   B) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.
   C) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   D) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   D) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

4) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u\rangle = \langle v, u\rangle + \langle w, u\rangle$.
   B) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w\rangle = \langle w, v\rangle$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v\rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.
   B) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   C) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.
   D) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.
   B) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   C) se $v \in V$ e $\lambda \in I\!R$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   D) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.

7) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   B) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   C) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   D) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.
   B) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   C) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.
   D) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   B) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   C) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) le matrici A e B sono fra loro simili.
   B) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).
   C) A e B devono necessariamente coincidere.
   D) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.
   D) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   C) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   C) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.
   D) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.

7) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   B) $5(A + 2B) = 10B + 5A$.
   C) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   D) $(A + B)(A + C) = A^2 + AC + BA + BC$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   B) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((1), (2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\ker\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   C) $\det A > 0$.
   D) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   B) $AB = BA$.
   C) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   D) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   B) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.
   C) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.
   D) se $v \in V$ e $\lambda \in \mathbb{R}$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.
   D) $\big((1,0,0,0,0), (0,2,0,0,0), (0,0,3,0,0), (0,0,0,4,0), (0,0,0,0,5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in I\!R$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.
   C) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   D) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   B) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.
   C) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.
   D) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   C) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   B) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.
   C) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.
   D) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $n = 3$, V è orientato e $v, w \in V$, allora $\langle w, v \wedge w \rangle = 0$.
   B) se $\langle 2v, v \rangle = 0$ allora v è il vettore nullo.
   C) il complemento ortogonale di un sottoinsieme di V è un sottospazio vettoriale di V.
   D) per ogni $u, v \in V$ ed ogni $\lambda \in \mathbb{R}$ si ha che $\langle u, \lambda v \rangle = \lambda^2 \langle u, v \rangle$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\det A > 0$.
   B) ker T è un sottospazio vettoriale di V.
   C) se $\det A \neq 0$ allora T è un isomorfismo.
   D) la matrice associata a T^{-1} rispetto alla base B di V è A^{-1}.

3) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = n - \rho(A)$.
   B) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(C) \neq \rho(A)$.
   C) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono sistemi lineari che ammettono come soluzioni tutti e soli i vettori di U.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   B) le rette di equazioni cartesiane $2x + 2y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(1, 2)$, $(3, 3)$ e $(0, 0)$ è 2.
   D) la curva di equazione $x^2 + 3y^2 = 1$ è una ellisse.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi dispari è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata t a coefficienti in $\mathbb{R}$ è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei numeri reali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
   B) $\det A = \det B = \det C = 1$.
   C) $(A+B)(A+C) = A^2 + AC + BA + BC$.
   D) $5(A+2B) = 10B + 5A$.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x > y > z\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora è un piano o una retta.
   C) $\big((1),(2,2),(3,3,3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   D) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t, a coefficienti reali, che ammettono 0 come radice (compreso quindi il polinomio nullo) è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

8) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = 3s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A e B le matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B devono necessariamente coincidere.
   B) le matrici A e B sono fra loro simili.
   C) gli autovalori di T sono le radici del polinomio $\det(tI_n - A)$ nella variabile t (dove I_n rappresenta la matrice identica $n \times n$).
   D) A è diagonalizzabile per similitudine se e solo se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a n.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v, w \in V$ si ha $\langle v, w \rangle = \langle w, v \rangle$.
   B) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| > \|u\| \cdot \|v\|$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di V, allora il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   D) per ogni $u, v, w \in V$ si ha $\langle v + w, u \rangle = \langle v, u \rangle + \langle w, u \rangle$.

2) Siano A e B due matrici reali $n \times n$, con A invertibile. È vero che
   A) se B^2 è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   B) ${}^t(A^{-1}) = ({}^tA)^{-1}$.
   C) $AB = BA$.
   D) $\det(A \cdot B) = \det A \cdot \det B$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U e W sono due sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim V = \dim U + \dim W - \dim(U \bigcap W)$.
   B) l'insieme delle matrici reali 2×2 con tutti gli elementi della diagonale principale nulli è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 2×2, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x - y = 0, z - t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((1, 0, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0, 0), (0, 0, 3, 0, 0), (0, 0, 0, 4, 0), (0, 0, 0, 0, 5)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

4) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - z = 1$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite ($m, n > 0$). Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $n > m$ il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   B) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente n soluzioni.
   C) se $\rho(C) = \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) + \rho(A)$.
   D) se $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni allora le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) $\dim ker\ T - \dim Im\ T = \dim V$.
   B) se $v \in V$ e $\lambda \in I\!R$ allora $T(\lambda v) = \lambda T(v)$.
   C) Se T è un isomorfismo allora le righe di A sono linearmente indipendenti.
   D) T è iniettivo se e solo se è suriettivo.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione 4 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) può accadere che sia $\det A \neq \det B$.
   B) se la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori di T è uguale a 2 allora A e B non sono diagonalizzabili per similitudine.
   C) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 1 è un autovalore di T.
   D) se T ammette 4 autovalori distinti allora V ammette una base spettrale relativa a T.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $2x - y = 2$ e $x + 2y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   B) il punto $(0, 0)$ è equidistante dai punti $(0, 5)$ e $(3, 4)$.
   C) la curva di equazione $y = -2x^3$ è una parabola.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(6, -3)$ e la retta di equazione $4x + 3y - 5 = 0$ è 2.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri interi è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.