Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($I\!N$ = insieme dei numeri naturali).
   D) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

2) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.
   B) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   C) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   D) A, B e C sono matrici ortogonali.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(I\!R)$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la funzione $F : I\!R^3 \to I\!R$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.
   B) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(I\!R)$ ad $I\!R$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   C) $A \in M_n(I\!R)$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   D) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   B) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   C) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   D) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.

6) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   B) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   C) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   D) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.

7) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   B) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   D) se $u \in V$ e $\alpha \in I\!R$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.

8) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.
   B) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   C) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   D) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) A e B hanno lo stesso determinante.
   B) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   C) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   D) A e B sono matrici triangolari.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.
   B) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   C) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   D) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.

3) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) se $A, B \in M_n(I\!R)$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.
   B) la funzione $F : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$ definita da $F(A) = A -{}^tA$ è una trasformazione lineare.
   C) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   D) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.

5) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   B) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   C) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   D) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.

6) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   B) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   C) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.
   B) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   C) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   D) A e C non possono mai avere lo stesso rango.

8) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) l'insieme $\{(x, y) \in I\!R^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $I\!R^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(I\!R)$, dotato delle usuali operazioni.
   D) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.

9) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.
   B) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   C) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   D) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15\langle u, v \rangle$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) A, B e C sono matrici ortogonali.
   B) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.
   C) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   D) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.

2) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.
   B) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   C) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   D) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.

3) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.
   B) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   C) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   D) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).

4) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15\langle u, v \rangle$.
   B) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   C) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.
   D) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.

5) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.
   B) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times9}(\mathbb{R})$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme $\{(100,0,0,0),(0,100,0,0),(0,0,100,0),(0,0,0,100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

6) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.
   B) $A \in M_n(\mathbb{R})$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   C) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(\mathbb{R})$ ad $\mathbb{R}$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   D) la funzione $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.

7) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   B) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   C) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.
   D) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($\mathbb{N}$ = insieme dei numeri naturali).

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   B) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   C) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.
   D) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.

2) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) A e C non possono mai avere lo stesso rango.
   B) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   C) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   D) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   B) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   C) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   D) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

4) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) A e B sono matrici triangolari.
   B) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   C) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   D) A e B hanno lo stesso determinante.

5) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.

6) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   C) se $u \in V$ e $\alpha \in I\!R$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.
   D) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.

7) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.
   B) l'insieme $\{(x, y) \in I\!R^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $I\!R^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(I\!R)$, dotato delle usuali operazioni.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
   B) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   C) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   D) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.
   B) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   C) la funzione $F : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.
   D) se $A, B \in M_n(I\!R)$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
   B) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   C) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   D) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.

2) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $\mathbb{R}^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(\mathbb{R})$, dotato delle usuali operazioni.

3) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(\mathbb{R})$ ad $\mathbb{R}$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   B) la funzione $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.
   C) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.
   D) $A \in M_n(\mathbb{R})$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   B) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   C) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.
   D) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.

6) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   B) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   C) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.
   D) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.

7) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   B) se $u \in V$ e $\alpha \in I\!R$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.
   C) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   B) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.
   C) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.
   D) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   B) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   C) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   D) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   B) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15 \langle u, v \rangle$.
   C) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   D) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.

2) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   B) A e B hanno lo stesso determinante.
   C) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   D) A e B sono matrici triangolari.

3) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   B) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   C) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.
   D) A, B e C sono matrici ortogonali.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($\mathbb{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

5) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   B) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   C) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   D) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.

7) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la funzione $F : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.
   B) se $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.
   C) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   D) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.

8) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(\mathbb{R})$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   B) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.
   C) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   D) A e C non possono mai avere lo stesso rango.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   B) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   C) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
   D) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.

2) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $\mathbb{R}^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(\mathbb{R})$, dotato delle usuali operazioni.
   C) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(\mathbb{R})$ ad $\mathbb{R}$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   B) $A \in M_n(\mathbb{R})$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   C) la funzione $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.
   D) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.

4) Sia **S** un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente.
   A) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   B) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   C) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   D) se **S** è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   B) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.
   C) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   D) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.

6) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   B) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   D) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.

7) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   B) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   C) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   D) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.

8) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15\langle u, v \rangle$.
   B) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.
   C) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   D) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

9) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.
   B) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   C) A e C non possono mai avere lo stesso rango.
   D) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.

2) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   C) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   D) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($I\!N$ = insieme dei numeri naturali).

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   B) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   C) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.
   D) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.

5) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(\mathbb{R})$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.
   D) l'insieme $\{(100,0,0,0),(0,100,0,0),(0,0,100,0),(0,0,0,100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.
   B) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   C) A, B e C sono matrici ortogonali.
   D) $A+B+C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.

7) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) A e B hanno lo stesso determinante.
   B) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   C) A e B sono matrici triangolari.
   D) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.

8) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) se $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.
   B) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   C) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.
   D) la funzione $F : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.

9) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   B) se $u, v \in V$ e $\langle u, v\rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   C) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v)\rangle = \langle u, v\rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   D) se $u \in V$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(I\!R)$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.
   C) l'insieme $\{(100,0,0,0),(0,100,0,0),(0,0,100,0),(0,0,0,100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   D) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

2) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1,3,5)$ rispetto al punto $(-1,-3,-5)$ è il punto $(0,0,0)$.
   B) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0,0)$ e il punto di coordinate $(9,9)$ è 9.
   C) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   D) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4,0,0)$, $(0,4,0)$, $(0,0,4)$ è $8\sqrt{3}$.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.
   B) $A \in M_n(I\!R)$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   C) la funzione $F : I\!R^3 \to I\!R$ definita da $F(x,y,z) = x+y+z+1$ è una trasformazione lineare.
   D) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(I\!R)$ ad $I\!R$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.

5) Sia **S** un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente.
   A) se **S** è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.
   B) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   C) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   D) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.

6) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.
   B) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   C) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   D) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.

7) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   B) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   D) se $u \in V$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.

8) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme **C** dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   B) l'insieme **Q** dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($\mathbb{N}$ = insieme dei numeri naturali).
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.

9) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   B) A, B e C sono matrici ortogonali.
   C) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   D) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.

2) Sia $\langle\cdot,\cdot\rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\|\cdot\|$ la norma indotta da $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v\rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   B) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   C) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.
   D) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v\rangle = 15\langle u, v\rangle$.

3) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   B) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   C) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   D) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   C) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   D) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.

5) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(\mathbb{R})$, dotato delle usuali operazioni.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $\mathbb{R}^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   D) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.

6) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   B) A e B hanno lo stesso determinante.
   C) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   D) A e B sono matrici triangolari.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   B) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.
   C) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   D) A e C non possono mai avere lo stesso rango.

8) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la funzione $F : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.
   B) se $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.
   C) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   D) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   B) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   C) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.
   D) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.
   B) la funzione $F : I\!R^3 \to I\!R$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.
   C) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(I\!R)$ ad $I\!R$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   D) $A \in M_n(I\!R)$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.

2) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.
   B) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   C) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   D) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.

3) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15\langle u, v \rangle$.
   B) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   C) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   D) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.

4) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.
   B) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   C) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   D) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.

5) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   B) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   C) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   D) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.

7) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   B) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($I\!N$ = insieme dei numeri naturali).
   C) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) A, B e C sono matrici ortogonali.
   B) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   C) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   D) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.
   B) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(I\!R)$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   B) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   C) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   D) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.

2) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   B) A e B hanno lo stesso determinante.
   C) A e B sono matrici triangolari.
   D) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.

3) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   B) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   C) se $u \in V$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $\mathbb{R}^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(\mathbb{R})$, dotato delle usuali operazioni.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.

5) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   B) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   D) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.

6) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   B) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.
   C) A e C non possono mai avere lo stesso rango.
   D) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.

8) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la funzione $F : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.
   B) se $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.
   C) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.
   D) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   B) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.
   C) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.
   D) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.
   C) l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $\mathbb{R}^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(\mathbb{R})$, dotato delle usuali operazioni.

2) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) $A \in M_n(\mathbb{R})$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   B) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.
   C) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(\mathbb{R})$ ad $\mathbb{R}$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   D) la funzione $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   B) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.
   C) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   D) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.

4) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   B) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.
   C) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   D) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).

5) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   B) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
   C) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   D) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.

6) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   B) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   C) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.
   D) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.

8) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   B) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   C) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   D) se $u \in V$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   B) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   C) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   D) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.

2) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15\langle u, v \rangle$.
   B) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   C) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.
   D) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

3) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   B) A, B e C sono matrici ortogonali.
   C) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   D) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($I\!N$ = insieme dei numeri naturali).
   B) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   C) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.

5) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.
   B) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   C) la funzione $F : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$ definita da $F(A) = A -{}^tA$ è una trasformazione lineare.
   D) se $A, B \in M_n(I\!R)$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.

6) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   B) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times9}(I\!R)$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   B) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   C) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.
   D) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.

8) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) A e C non possono mai avere lo stesso rango.
   B) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   C) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   D) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.

9) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) A e B sono matrici triangolari.
   B) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   C) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   D) A e B hanno lo stesso determinante.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(\mathbb{R})$ ad $\mathbb{R}$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   B) $A \in M_n(\mathbb{R})$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   C) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.
   D) la funzione $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.

2) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   B) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15\langle u, v \rangle$.
   C) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.
   D) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   B) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   C) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.
   D) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.

4) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   B) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   C) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.
   D) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.

6) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   B) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   C) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.
   D) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).

7) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   B) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   C) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
   B) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   C) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   D) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(\mathbb{R})$, dotato delle usuali operazioni.
   D) l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $\mathbb{R}^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   B) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($\mathbb{N}$ = insieme dei numeri naturali).

2) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) A e B sono matrici triangolari.
   B) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   C) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   D) A e B hanno lo stesso determinante.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(\mathbb{R})$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

4) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) A, B e C sono matrici ortogonali.
   B) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   C) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.
   D) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) A e C non possono mai avere lo stesso rango.
   B) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   C) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   D) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.

6) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.
   B) la funzione $F : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.
   C) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   D) se $A, B \in M_n(I\!R)$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.

7) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u \in V$ e $\alpha \in I\!R$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   C) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   D) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.
   B) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   C) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   D) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.

9) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   B) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   C) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.
   D) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(\mathbb{R})$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.
   C) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   D) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

4) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   B) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   C) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   D) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.

5) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   C) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   D) se $u \in V$ e $\alpha \in I\!R$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.

6) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   B) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($I\!N$ = insieme dei numeri naturali).
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.

7) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   B) A, B e C sono matrici ortogonali.
   C) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   D) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.

8) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la funzione $F : I\!R^3 \to I\!R$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.
   B) $A \in M_n(I\!R)$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   C) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(I\!R)$ ad $I\!R$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   D) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   B) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   C) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   D) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   B) se $A, B \in M_n(\mathbb{R})$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.
   C) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.
   D) la funzione $F : M_2(\mathbb{R}) \to M_2(\mathbb{R})$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.

2) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   B) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.

3) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   B) A e B hanno lo stesso determinante.
   C) A e B sono matrici triangolari.
   D) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   B) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   C) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   D) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.

5) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(I\!R)$, dotato delle usuali operazioni.
   D) l'insieme $\{(x, y) \in I\!R^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $I\!R^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   B) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
   C) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   D) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.

7) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   B) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15\langle u, v \rangle$.
   C) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   D) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.

8) Sia **S** un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente.
   A) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare **S** non può ammettere soluzioni.
   B) se **S** è omogeneo la somma di due soluzioni di **S** è una soluzione di **S**.
   C) A e C non possono mai avere lo stesso rango.
   D) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.

9) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(I\!R)$ ad $I\!R$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   B) la funzione $F : I\!R^3 \to I\!R$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.
   C) $A \in M_n(I\!R)$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   D) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.

2) Sia **S** un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente.
   A) **S** ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   B) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   C) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   D) se **S** è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.

3) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   B) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   C) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.
   D) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.

5) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   B) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   C) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   D) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.

6) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15 \langle u, v \rangle$.
   B) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   C) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.
   D) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.

7) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   B) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($I\!N$ = insieme dei numeri naturali).
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) A, B e C sono matrici ortogonali.
   B) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   C) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.
   D) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.
   B) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   C) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9 \times 9}(I\!R)$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   B) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
   C) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   D) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.

2) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   C) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   D) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(\mathbb{R})$, dotato delle usuali operazioni.
   B) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.
   C) l'insieme $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $\mathbb{R}^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

4) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   B) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   D) se $u \in V$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.

5) Sia **S** un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente.
   A) A e C non possono mai avere lo stesso rango.
   B) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare **S** non può ammettere soluzioni.
   C) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   D) se **S** è omogeneo la somma di due soluzioni di **S** è una soluzione di **S**.

6) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.
   B) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   C) la funzione $F : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.
   D) se $A, B \in M_n(I\!R)$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.

7) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   B) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.
   C) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   D) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.

9) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) A e B sono matrici triangolari.
   B) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   C) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   D) A e B hanno lo stesso determinante.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   B) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   C) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   D) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.

2) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   B) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   C) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   D) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.

3) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   C) se $u \in V$ e $\alpha \in I\!R$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.
   D) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   B) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   D) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.

5) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.
   B) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   C) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.
   D) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.

7) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   B) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.
   C) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   D) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.

8) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\{(x, y) \in I\!R^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $I\!R^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(I\!R)$, dotato delle usuali operazioni.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(I\!R)$ ad $I\!R$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   B) la funzione $F : I\!R^3 \to I\!R$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.
   C) $A \in M_n(I\!R)$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   D) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   B) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.
   C) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   D) A, B e C sono matrici ortogonali.

2) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($I\!N$ = insieme dei numeri naturali).
   D) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   B) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.
   C) se $A, B \in M_n(I\!R)$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.
   D) la funzione $F : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$ definita da $F(A) = A -{}^tA$ è una trasformazione lineare.

4) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(I\!R)$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.

5) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.

6) Sia $\langle\cdot,\cdot\rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\|\cdot\|$ la norma indotta da $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Allora
   A) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v\rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   B) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   C) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v\rangle = 15\langle u, v\rangle$.
   D) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.

7) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   B) A e B sono matrici triangolari.
   C) A e B hanno lo stesso determinante.
   D) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.
   B) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   C) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   D) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   B) A e C non possono mai avere lo stesso rango.
   C) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.
   D) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) lo spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale ammette infinite basi ortonormali diverse fra loro.
   B) per ogni $u, v \in V$ risulta $\langle 3u, 5v \rangle = 15\langle u, v \rangle$.
   C) nello spazio vettoriale euclideo standard tridimensionale la norma di un vettore v è data dalla somma delle componenti di v rispetto alla base canonica.
   D) per ogni $u, v \in V$ risulta $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

2) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) $A \in M_n(I\!R)$ è invertibile se e solo se $\rho(A) = n$.
   B) il nucleo della trasformazione lineare da $M_4(I\!R)$ ad $I\!R$ che manda ogni matrice reale 4×4 nella sua traccia ha dimensione 15.
   C) la funzione $F : I\!R^3 \to I\!R$ definita da $F(x, y, z) = x + y + z + 1$ è una trasformazione lineare.
   D) se A è una matrice reale $n \times n$ invertibile allora ha determinante diverso da 1.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se A è quadrata il rango di A e quello di C sono uguali.
   B) $\mathbf{S}$ ammette soluzioni se e solo se $\rho(A) = \rho(C) = n$.
   C) l'insieme $Sol(\mathbf{S})$ può essere vuoto.
   D) se $\mathbf{S}$ è omogeneo allora ammette almeno una soluzione.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nello spazio euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni parametriche $x = 1, y = t, z = t$ e $x = 2t, y = 0, z = 2t$ è di $\frac{\pi}{3}$ radianti.
   B) se u, v sono vettori dello spazio vettoriale euclideo standard di dimensione 3, orientato in modo naturale, si ha che $(u \wedge v) \wedge v$ è il vettore nullo.
   C) nel piano euclideo standard il punto medio del segmento di vertici $(1, 0, 0)$, $(0, 0, 1)$ è il punto $(0, 1, 0)$.
   D) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(4, -2)$ e la retta di equazione $x - y - 1 = 0$ è $\frac{5}{\sqrt{2}}$.

5) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) esistono gruppi $(G, *)$ dove l'operazione $*$ non è associativa.
   B) se $(\mathbf{K}, +, \cdot)$ è un campo allora è anche un anello.
   C) l'insieme delle matrici reali 2×2 a determinante nullo è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme $\mathbf{Z}$ dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$. È vero che
   A) se $10 \cdot A$ è una matrice regolare allora anche A è una matrice regolare.
   B) se A non ha colonne nulle allora A è regolare.
   C) $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$.
   D) se B^{100} è la matrice nulla allora anche B è la matrice nulla.

7) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ discontinue nel punto 0 è uno spazio vettoriale sul campo dei reali rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) l'insieme $\{(x, y) \in I\!R^2 : x \geq 0, y \geq 0\}$ non è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale reale $I\!R^2$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   C) in ogni spazio vettoriale di dimensione infinita possiamo trovare basi di ogni cardinalità.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 che hanno tutti gli elementi uguali fra loro è un sistema di generatori per lo spazio vettoriale reale $M_4(I\!R)$, dotato delle usuali operazioni.

8) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni parametriche $x = t, y = t, z = t$ e $x = 2t + 1, y = 2t + 1, z = 2t + 1$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.

9) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una data base $\mathcal{B}$ di V. Allora
   A) se T è diagonalizzabile allora la somma delle molteplicità algebriche degli autovalori reali di T è uguale a n.
   B) può accadere che T sia non diagonalizzabile ma che T^2 sia diagonalizzabile.
   C) T ha sempre esattamente n autovalori reali (contando le molteplicità).
   D) tutte le matrici reali $n \times n$ triangolari sono diagonalizzabili.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 1 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è (se ve ne sono) -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\langle \cdot, \cdot \rangle$ un prodotto scalare su di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) una trasformazione lineare $T : V \to W$ si dice ortogonale se si ha $\langle T(u), T(v) \rangle = \langle u, v \rangle$ per ogni $u, v \in V$.
   B) se $u \in V$ e $\alpha \in I\!R$ allora $\|\alpha u\| = \alpha \cdot \|u\|$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di V, il complemento ortogonale del complemento ortogonale di U coincide con U.
   D) se $u, v \in V$ e $\langle u, v \rangle = 0$ allora $\|u\|^2 + \|v\|^2 = \|u + v\|^2$.

2) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ simmetriche. Allora
   A) $A + B + C$ può avere determinante nullo anche nel caso che A, B e C abbiano determinante non nullo.
   B) la matrice $A + B - 2C$ è simmetrica.
   C) se $A \cdot B \cdot C$ è regolare anche A, B e C sono regolari.
   D) A, B e C sono matrici ortogonali.

3) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme $\{(100, 0, 0, 0), (0, 100, 0, 0), (0, 0, 100, 0), (0, 0, 0, 100)\}$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×9 è un sottospazio vettoriale di $M_{9\times 9}(I\!R)$ (dotato delle usuali operazioni), rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme delle successioni reali monotone strettamente crescenti è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ continue, dotato delle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare, è uno spazio vettoriale reale.

4) Siano $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ i sottospazi dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di rispettive equazioni $x = z$ e $y = 5$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. Allora
   A) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro paralleli.
   B) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro ortogonali.
   C) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono rette fra loro parallele.
   D) $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ sono piani fra loro ortogonali.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare a coefficienti reali di m equazioni in n incognite (m, n interi positivi). Siano A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente.
   A) se il numero m di equazioni è strettamente maggiore del numero n di incognite allora il sistema lineare $\mathbf{S}$ non può ammettere soluzioni.
   B) se $Sol(\mathbf{S})$ è vuoto allora A deve avere almeno due colonne uguali fra loro.
   C) se $\mathbf{S}$ è omogeneo la somma di due soluzioni di $\mathbf{S}$ è una soluzione di $\mathbf{S}$.
   D) A e C non possono mai avere lo stesso rango.

6) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere (gli spazi vettoriali reali citati devono essere considerati rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare):
   A) tutti gli spazi vettoriali reali di dimensione 8 sono fra loro isomorfi.
   B) la funzione $F : M_2(I\!R) \to M_2(I\!R)$ definita da $F(A) = A - {}^tA$ è una trasformazione lineare.
   C) se $A, B \in M_n(I\!R)$ allora $\det(A - B) = \det A - \det B$.
   D) la traccia di una qualunque matrice quadrata reale 8×8 è strettamente maggiore del suo determinante.

7) Sia T un endomorfismo su uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. Allora
   A) può accadere che il polinomio caratteristico di A non abbia radici reali.
   B) i polinomi caratteristici di A e di B coincidono.
   C) A e B hanno lo stesso determinante.
   D) A e B sono matrici triangolari.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) nel piano euclideo standard la distanza fra il punto di coordinate $(0, 0)$ e il punto di coordinate $(9, 9)$ è 9.
   B) nello spazio euclideo standard 3-dimensionale l'area del triangolo di vertici $(4, 0, 0)$, $(0, 4, 0)$, $(0, 0, 4)$ è $8\sqrt{3}$.
   C) nel piano euclideo standard l'angolo fra le rette di equazioni $x = -2y$ e $y = -2x$ è di $\frac{\pi}{6}$ radianti.
   D) nel piano euclideo standard il punto simmetrico del punto $(1, 3, 5)$ rispetto al punto $(-1, -3, -5)$ è il punto $(0, 0, 0)$.

9) Si dica quali delle seguenti affermazioni sono vere:
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto ($I\!N$ = insieme dei numeri naturali).
   B) l'insieme $\mathbf{C}$ dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 diagonali è un gruppo commutativo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme $\mathbf{Q}$ dei numeri razionali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.