

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili ma non congruenti.
 - B) congruenti ma non simili.
 - C) simili e congruenti.
 - D) né simili né congruenti.

- 2) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
 - A) A è diagonale.
 - B) è simile ad una matrice diagonale.
 - C) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.
 - D) ha n autovalori reali distinti.

- 3) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) \mathbb{Q} (numeri razionali).
 - B) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - C) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - D) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.

- 4) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) $\det AB \neq 0$.
 - B) $A^2 B^5$ è invertibile.
 - C) La traccia di A non può essere nulla.
 - D) $-A$ è l'inversa di $-B$.

- 5) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono ortogonali.
 - B) sono paralleli.
 - C) sono due rette incidenti.
 - D) sono due piani.

- 6) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - B) $\dim(V + W) > 10$.
 - C) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - D) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.

- 7) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
- A) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.
 - B) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
 - C) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - D) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.
- 8) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
- A) manda quadrati in quadrati.
 - B) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - C) conserva le distanze fra punti.
 - D) non è necessariamente iniettiva.
- 9) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
- A) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.
 - B) può essere impossibile.
 - C) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - D) ammette sempre n^k soluzioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.
 - B) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - C) $\dim(V + W) > 10$.
 - D) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.

- 2) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
 - A) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
 - B) può essere impossibile.
 - C) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - D) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.

- 3) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
 - A) non è necessariamente suriettiva.
 - B) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - C) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - D) conserva tutti gli angoli retti.

- 4) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
 - A) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .
 - B) $\det A^3 = 0$.
 - C) ${}^t A$ non è invertibile.
 - D) A ha necessariamente una riga nulla.

- 5) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) è non diagonale.
 - B) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - C) non può essere simile ad una matrice diagonale.
 - D) ha necessariamente determinante nullo.

- 6) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili ma non congruenti.
 - B) simili e congruenti.
 - C) congruenti ma non simili.
 - D) né simili né congruenti.

- 7) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
- A) sono due piani incidenti.
 - B) sono ortogonali.
 - C) sono paralleli.
 - D) sono due rette.
- 8) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
- A) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - B) successioni reali strettamente crescenti.
 - C) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
 - D) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
- 9) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
- A) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x)dx$.
 - B) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.
 - C) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - D) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
 - A) ha n autovalori reali distinti.
 - B) A è diagonale.
 - C) è simile ad una matrice diagonale.
 - D) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.

- 2) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono due piani.
 - B) sono due rette incidenti.
 - C) sono paralleli.
 - D) sono ortogonali.

- 3) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.
 - B) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - C) $\dim(V + W) > 10$.
 - D) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.

- 4) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.
 - B) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - C) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x) dx$.
 - D) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.

- 5) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
 - B) \mathbf{Q} (numeri razionali).
 - C) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - D) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .

- 6) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) $-A$ è l'inversa di $-B$.
 - B) La traccia di A non può essere nulla.
 - C) $A^2 B^5$ è invertibile.
 - D) $\det AB \neq 0$.

- 7) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
- A) conserva tutti gli angoli retti.
 - B) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - C) non è necessariamente suriettiva.
 - D) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
- 8) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
- A) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - B) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - C) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
 - D) può essere impossibile.
- 9) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
- A) né simili né congruenti.
 - B) simili ma non congruenti.
 - C) congruenti ma non simili.
 - D) simili e congruenti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
 - A) può essere impossibile.
 - B) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - C) ammette sempre n^k soluzioni.
 - D) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.

- 2) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
 - A) sono due rette.
 - B) sono paralleli.
 - C) sono ortogonali.
 - D) sono due piani incidenti.

- 3) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) né simili né congruenti.
 - B) simili e congruenti.
 - C) simili ma non congruenti.
 - D) congruenti ma non simili.

- 4) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
 - B) $\dim(V + W) > 10$.
 - C) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - D) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.

- 5) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - B) conserva le distanze fra punti.
 - C) non è necessariamente iniettiva.
 - D) manda quadrati in quadrati.

- 6) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
 - B) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - C) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.
 - D) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.

- 7) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
- A) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
 - B) successioni reali strettamente crescenti.
 - C) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - D) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
- 8) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
- A) ha necessariamente determinante nullo.
 - B) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - C) è non diagonale.
 - D) non può essere simile ad una matrice diagonale.
- 9) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
- A) A ha necessariamente una riga nulla.
 - B) ${}^t A$ non è invertibile.
 - C) $\det A^3 = 0$.
 - D) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) ha necessariamente determinante nullo.
 - B) è non diagonale.
 - C) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - D) non può essere simile ad una matrice diagonale.
- 2) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
 - B) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - C) successioni reali strettamente crescenti.
 - D) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
- 3) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - B) non è necessariamente iniettiva.
 - C) manda quadrati in quadrati.
 - D) conserva le distanze fra punti.
- 4) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) $A^2 B^5$ è invertibile.
 - B) $\det AB \neq 0$.
 - C) $-A$ è l'inversa di $-B$.
 - D) La traccia di A non può essere nulla.
- 5) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono paralleli.
 - B) sono ortogonali.
 - C) sono due piani.
 - D) sono due rette incidenti.
- 6) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) > 10$.
 - B) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - C) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.
 - D) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.

7) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:

A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.

B) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.

C) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.

D) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).

8) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k

A) può essere impossibile.

B) ammette sempre n^k soluzioni.

C) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.

D) ammette sempre una ed una sola soluzione.

9) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono

A) né simili né congruenti.

B) simili ma non congruenti.

C) simili e congruenti.

D) congruenti ma non simili.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - B) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.
 - C) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.
 - D) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x)dx$.

- 2) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - B) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.
 - C) $\dim(V + W) > 10$.
 - D) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.

- 3) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
 - A) è simile ad una matrice diagonale.
 - B) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.
 - C) A è diagonale.
 - D) ha n autovalori reali distinti.

- 4) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
 - A) congruenti ma non simili.
 - B) simili e congruenti.
 - C) simili ma non congruenti.
 - D) né simili né congruenti.

- 5) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
 - A) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - B) conserva tutti gli angoli retti.
 - C) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - D) non è necessariamente suriettiva.

- 6) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
 - A) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - B) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - C) può essere impossibile.
 - D) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.

- 7) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
- A) $\det A^3 = 0$.
 - B) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .
 - C) ${}^t A$ non è invertibile.
 - D) A ha necessariamente una riga nulla.
- 8) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
- A) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - B) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - C) \mathbf{Q} (numeri razionali).
 - D) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
- 9) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
- A) sono ortogonali.
 - B) sono due piani incidenti.
 - C) sono paralleli.
 - D) sono due rette.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - B) non può essere simile ad una matrice diagonale.
 - C) ha necessariamente determinante nullo.
 - D) è non diagonale.
- 2) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) successioni reali strettamente crescenti.
 - B) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
 - C) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
 - D) \mathbf{Z} (numeri interi).
- 3) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) $A^2 B^5$ è invertibile.
 - B) La traccia di A non può essere nulla.
 - C) $\det AB \neq 0$.
 - D) $-A$ è l'inversa di $-B$.
- 4) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono paralleli.
 - B) sono due rette incidenti.
 - C) sono ortogonali.
 - D) sono due piani.
- 5) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
 - A) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - B) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
 - C) può essere impossibile.
 - D) ammette sempre una ed una sola soluzione.
- 6) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili e congruenti.
 - B) congruenti ma non simili.
 - C) né simili né congruenti.
 - D) simili ma non congruenti.

- 7) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
- A) $\dim(V + W) > 10$.
 - B) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - C) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - D) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.
- 8) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
- A) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.
 - B) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x) dx$.
 - C) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.
 - D) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
- 9) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
- A) conserva tutti gli angoli retti.
 - B) non è necessariamente suriettiva.
 - C) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - D) manda rette ortogonali in rette ortogonali.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
 - A) sono due piani incidenti.
 - B) sono paralleli.
 - C) sono due rette.
 - D) sono ortogonali.
- 2) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) conserva le distanze fra punti.
 - B) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - C) manda quadrati in quadrati.
 - D) non è necessariamente iniettiva.
- 3) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili ma non congruenti.
 - B) congruenti ma non simili.
 - C) né simili né congruenti.
 - D) simili e congruenti.
- 4) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
 - A) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - B) può essere impossibile.
 - C) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.
 - D) ammette sempre n^k soluzioni.
- 5) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) \mathbf{Q} (numeri razionali).
 - B) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - C) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
 - D) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
- 6) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
 - A) A è diagonale.
 - B) è simile ad una matrice diagonale.
 - C) ha n autovalori reali distinti.
 - D) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.

- 7) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
- A) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.
 - B) $\dim(V + W) > 10$.
 - C) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
 - D) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
- 8) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
- A) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .
 - B) ${}^t A$ non è invertibile.
 - C) A ha necessariamente una riga nulla.
 - D) $\det A^3 = 0$.
- 9) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
- A) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - B) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
 - C) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.
 - D) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - B) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
 - C) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - D) \mathbf{Q} (numeri razionali).

- 2) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - B) manda quadrati in quadrati.
 - C) conserva le distanze fra punti.
 - D) non è necessariamente iniettiva.

- 3) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
 - A) può essere impossibile.
 - B) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.
 - C) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - D) ammette sempre n^k soluzioni.

- 4) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) $-A$ è l'inversa di $-B$.
 - B) La traccia di A non può essere nulla.
 - C) $\det AB \neq 0$.
 - D) $A^2 B^5$ è invertibile.

- 5) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono due piani.
 - B) sono due rette incidenti.
 - C) sono ortogonali.
 - D) sono paralleli.

- 6) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.
 - B) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - C) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - D) $\dim(V + W) > 10$.

7) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:

A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.

B) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.

C) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).

D) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.

8) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono

A) congruenti ma non simili.

B) né simili né congruenti.

C) simili e congruenti.

D) simili ma non congruenti.

9) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora

A) è simile ad una matrice diagonale.

B) ha n autovalori reali distinti.

C) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.

D) A è diagonale.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
 - A) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - B) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - C) non è necessariamente suriettiva.
 - D) conserva tutti gli angoli retti.

- 2) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - B) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.
 - C) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x)dx$.
 - D) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.

- 3) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) non può essere simile ad una matrice diagonale.
 - B) è non diagonale.
 - C) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - D) ha necessariamente determinante nullo.

- 4) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) congruenti ma non simili.
 - B) simili ma non congruenti.
 - C) simili e congruenti.
 - D) né simili né congruenti.

- 5) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
 - B) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - C) successioni reali strettamente crescenti.
 - D) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.

- 6) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - B) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.
 - C) $\dim(V + W) > 10$.
 - D) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.

- 7) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
- A) sono ortogonali.
 - B) sono due piani incidenti.
 - C) sono paralleli.
 - D) sono due rette.
- 8) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
- A) $\det A^3 = 0$.
 - B) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .
 - C) ${}^t A$ non è invertibile.
 - D) A ha necessariamente una riga nulla.
- 9) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
- A) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - B) può essere impossibile.
 - C) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
 - D) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) $-A$ è l'inversa di $-B$.
 - B) $\det AB \neq 0$.
 - C) $A^2 B^5$ è invertibile.
 - D) La traccia di A non può essere nulla.

- 2) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.
 - B) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - C) $\dim(V + W) > 10$.
 - D) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.

- 3) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.
 - B) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - C) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.
 - D) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x) dx$.

- 4) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono due piani.
 - B) sono ortogonali.
 - C) sono paralleli.
 - D) sono due rette incidenti.

- 5) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
 - A) conserva tutti gli angoli retti.
 - B) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - C) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - D) non è necessariamente suriettiva.

- 6) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
 - A) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - B) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - C) può essere impossibile.
 - D) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.

- 7) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
- A) né simili né congruenti.
 - B) simili e congruenti.
 - C) congruenti ma non simili.
 - D) simili ma non congruenti.
- 8) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
- A) ha n autovalori reali distinti.
 - B) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.
 - C) è simile ad una matrice diagonale.
 - D) A è diagonale.
- 9) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
- A) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
 - B) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - C) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - D) \mathbb{Q} (numeri razionali).

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - B) non può essere simile ad una matrice diagonale.
 - C) è non diagonale.
 - D) ha necessariamente determinante nullo.

- 2) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - B) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.
 - C) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
 - D) $\dim(V + W) > 10$.

- 3) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
 - B) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.
 - C) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.
 - D) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).

- 4) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) successioni reali strettamente crescenti.
 - B) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
 - C) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - D) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.

- 5) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili e congruenti.
 - B) congruenti ma non simili.
 - C) simili ma non congruenti.
 - D) né simili né congruenti.

- 6) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - B) manda quadrati in quadrati.
 - C) non è necessariamente iniettiva.
 - D) conserva le distanze fra punti.

- 7) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
- A) sono ortogonali.
 - B) sono due piani incidenti.
 - C) sono due rette.
 - D) sono paralleli.
- 8) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
- A) $\det A^3 = 0$.
 - B) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .
 - C) A ha necessariamente una riga nulla.
 - D) tA non è invertibile.
- 9) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
- A) può essere impossibile.
 - B) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.
 - C) ammette sempre n^k soluzioni.
 - D) ammette sempre una ed una sola soluzione.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - B) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
 - C) successioni reali strettamente crescenti.
 - D) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.

- 2) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) La traccia di A non può essere nulla.
 - B) $-A$ è l'inversa di $-B$.
 - C) $A^2 B^5$ è invertibile.
 - D) $\det AB \neq 0$.

- 3) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono due rette incidenti.
 - B) sono due piani.
 - C) sono paralleli.
 - D) sono ortogonali.

- 4) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - B) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.
 - C) $\dim(V + W) > 10$.
 - D) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.

- 5) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) è non diagonale.
 - B) ha necessariamente determinante nullo.
 - C) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - D) non può essere simile ad una matrice diagonale.

- 6) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) conserva le distanze fra punti.
 - B) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - C) manda quadrati in quadrati.
 - D) non è necessariamente iniettiva.

- 7) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
- A) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - B) può essere impossibile.
 - C) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.
 - D) ammette sempre n^k soluzioni.
- 8) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
- A) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - B) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
 - C) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.
 - D) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.
- 9) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
- A) simili ma non congruenti.
 - B) né simili né congruenti.
 - C) simili e congruenti.
 - D) congruenti ma non simili.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
 - A) conserva tutti gli angoli retti.
 - B) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - C) non è necessariamente suriettiva.
 - D) manda rette ortogonali in rette ortogonali.

- 2) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.
 - B) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.
 - C) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x) dx$.
 - D) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).

- 3) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
 - A) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.
 - B) ha n autovalori reali distinti.
 - C) è simile ad una matrice diagonale.
 - D) A è diagonale.

- 4) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili e congruenti.
 - B) né simili né congruenti.
 - C) congruenti ma non simili.
 - D) simili ma non congruenti.

- 5) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
 - A) A ha necessariamente una riga nulla.
 - B) ${}^t A$ non è invertibile.
 - C) $\det A^3 = 0$.
 - D) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .

- 6) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - B) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
 - C) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - D) \mathbf{Q} (numeri razionali).

- 7) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
- A) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - B) può essere impossibile.
 - C) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
 - D) ammette sempre una ed una sola soluzione.
- 8) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
- A) sono due rette.
 - B) sono paralleli.
 - C) sono ortogonali.
 - D) sono due piani incidenti.
- 9) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
- A) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
 - B) $\dim(V + W) > 10$.
 - C) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - D) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) A^2B^5 è invertibile.
 - B) La traccia di A non può essere nulla.
 - C) $-A$ è l'inversa di $-B$.
 - D) $\det AB \neq 0$.

- 2) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F: \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - B) $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.
 - C) $F: C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x) dx$.
 - D) $F: \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.

- 3) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono paralleli.
 - B) sono due rette incidenti.
 - C) sono due piani.
 - D) sono ortogonali.

- 4) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
 - A) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - B) conserva tutti gli angoli retti.
 - C) non è necessariamente suriettiva.
 - D) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.

- 5) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
 - A) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - B) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - C) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
 - D) può essere impossibile.

- 6) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) > 10$.
 - B) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - C) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.
 - D) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.

- 7) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
- A) né simili né congruenti.
 - B) simili ma non congruenti.
 - C) congruenti ma non simili.
 - D) simili e congruenti.
- 8) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
- A) ha necessariamente determinante nullo.
 - B) è non diagonale.
 - C) non può essere simile ad una matrice diagonale.
 - D) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
- 9) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
- A) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
 - B) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - C) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
 - D) successioni reali strettamente crescenti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
 - A) né simili né congruenti.
 - B) congruenti ma non simili.
 - C) simili ma non congruenti.
 - D) simili e congruenti.

- 2) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
 - B) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - C) $\dim(V + W) > 10$.
 - D) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.

- 3) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
 - B) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - C) \mathbf{Q} (numeri razionali).
 - D) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .

- 4) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
 - A) ha n autovalori reali distinti.
 - B) è simile ad una matrice diagonale.
 - C) A è diagonale.
 - D) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.

- 5) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
 - A) sono due rette.
 - B) sono ortogonali.
 - C) sono paralleli.
 - D) sono due piani incidenti.

- 6) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
 - A) A ha necessariamente una riga nulla.
 - B) $\det A^3 = 0$.
 - C) ${}^t A$ non è invertibile.
 - D) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .

7) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:

- A) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.
- B) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
- C) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
- D) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.

8) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k

- A) ammette sempre n^k soluzioni.
- B) ammette sempre una ed una sola soluzione.
- C) può essere impossibile.
- D) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.

9) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei

- A) non è necessariamente iniettiva.
- B) conserva le distanze fra punti.
- C) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
- D) manda quadrati in quadrati.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - B) conserva le distanze fra punti.
 - C) manda quadrati in quadrati.
 - D) non è necessariamente iniettiva.

- 2) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
 - A) può essere impossibile.
 - B) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - C) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.
 - D) ammette sempre n^k soluzioni.

- 3) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - B) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
 - C) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - D) \mathbb{Q} (numeri razionali).

- 4) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - B) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - C) $\dim(V + W) > 10$.
 - D) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.

- 5) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
 - B) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - C) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.
 - D) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.

- 6) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
 - A) congruenti ma non simili.
 - B) né simili né congruenti.
 - C) simili e congruenti.
 - D) simili ma non congruenti.

- 7) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
- A) è simile ad una matrice diagonale.
 - B) ha n autovalori reali distinti.
 - C) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.
 - D) A è diagonale.
- 8) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
- A) $\det AB \neq 0$.
 - B) La traccia di A non può essere nulla.
 - C) A^2B^5 è invertibile.
 - D) $-A$ è l'inversa di $-B$.
- 9) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
- A) sono ortogonali.
 - B) sono due rette incidenti.
 - C) sono paralleli.
 - D) sono due piani.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
 - A) tA non è invertibile.
 - B) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .
 - C) A ha necessariamente una riga nulla.
 - D) $\det A^3 = 0$.

- 2) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili ma non congruenti.
 - B) né simili né congruenti.
 - C) congruenti ma non simili.
 - D) simili e congruenti.

- 3) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) > 10$.
 - B) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.
 - C) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
 - D) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.

- 4) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
 - A) può essere impossibile.
 - B) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - C) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - D) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.

- 5) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - B) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
 - C) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
 - D) successioni reali strettamente crescenti.

- 6) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) è non diagonale.
 - B) ha necessariamente determinante nullo.
 - C) non può essere simile ad una matrice diagonale.
 - D) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .

- 7) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
- A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t], F(a + bt + ct^2) = at.$
 - B) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, F(x, y, z) = (0, x - z).$
 - C) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}, F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - D) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}, F(f) = \int_0^1 f^2(x)dx.$
- 8) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
- A) sono paralleli.
 - B) sono due piani incidenti.
 - C) sono due rette.
 - D) sono ortogonali.
- 9) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
- A) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - B) conserva tutti gli angoli retti.
 - C) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - D) non è necessariamente suriettiva.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) $A^2 B^5$ è invertibile.
 - B) $\det AB \neq 0$.
 - C) La traccia di A non può essere nulla.
 - D) $-A$ è l'inversa di $-B$.

- 2) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono paralleli.
 - B) sono ortogonali.
 - C) sono due rette incidenti.
 - D) sono due piani.

- 3) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
 - A) conserva tutti gli angoli retti.
 - B) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - C) non è necessariamente suriettiva.
 - D) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.

- 4) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
 - A) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - B) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - C) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
 - D) può essere impossibile.

- 5) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) > 10$.
 - B) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - C) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - D) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.

- 6) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.
 - B) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - C) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x) dx$.
 - D) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.

- 7) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
- A) né simili né congruenti.
 - B) simili e congruenti.
 - C) simili ma non congruenti.
 - D) congruenti ma non simili.
- 8) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
- A) ha n autovalori reali distinti.
 - B) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.
 - C) A è diagonale.
 - D) è simile ad una matrice diagonale.
- 9) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
- A) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.
 - B) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - C) \mathbf{Q} (numeri razionali).
 - D) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) non può essere simile ad una matrice diagonale.
 - B) ha necessariamente determinante nullo.
 - C) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - D) è non diagonale.

- 2) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) congruenti ma non simili.
 - B) né simili né congruenti.
 - C) simili e congruenti.
 - D) simili ma non congruenti.

- 3) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
 - B) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
 - C) successioni reali strettamente crescenti.
 - D) \mathbf{Z} (numeri interi).

- 4) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
 - B) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.
 - C) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - D) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.

- 5) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
 - A) sono due rette.
 - B) sono paralleli.
 - C) sono ortogonali.
 - D) sono due piani incidenti.

- 6) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
 - A) A ha necessariamente una riga nulla.
 - B) tA non è invertibile.
 - C) $\det A^3 = 0$.
 - D) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .

- 7) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
- A) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - B) manda quadrati in quadrati.
 - C) conserva le distanze fra punti.
 - D) non è necessariamente iniettiva.
- 8) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
- A) può essere impossibile.
 - B) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.
 - C) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - D) ammette sempre n^k soluzioni.
- 9) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
- A) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
 - B) $\dim(V + W) > 10$.
 - C) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - D) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono paralleli.
 - B) sono ortogonali.
 - C) sono due rette incidenti.
 - D) sono due piani.

- 2) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
 - A) $\dim(V + W) > 10$.
 - B) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - C) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - D) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.

- 3) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.
 - B) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - C) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.
 - D) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.

- 4) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili e congruenti.
 - B) congruenti ma non simili.
 - C) simili ma non congruenti.
 - D) né simili né congruenti.

- 5) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.
 - B) conserva le distanze fra punti.
 - C) non è necessariamente iniettiva.
 - D) manda quadrati in quadrati.

- 6) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
 - A) può essere impossibile.
 - B) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - C) ammette sempre n^k soluzioni.
 - D) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.

- 7) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
- A) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad n .
 - B) non può essere simile ad una matrice diagonale.
 - C) è non diagonale.
 - D) ha necessariamente determinante nullo.
- 8) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
- A) successioni reali strettamente crescenti.
 - B) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
 - C) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - D) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
- 9) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
- A) $A^2 B^5$ è invertibile.
 - B) $\det AB \neq 0$.
 - C) La traccia di A non può essere nulla.
 - D) $-A$ è l'inversa di $-B$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
 - A) è simile ad una matrice diagonale.
 - B) A è diagonale.
 - C) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.
 - D) ha n autovalori reali distinti.

- 2) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
 - A) congruenti ma non simili.
 - B) simili ma non congruenti.
 - C) simili e congruenti.
 - D) né simili né congruenti.

- 3) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
 - A) ${}^t A$ non è invertibile.
 - B) A ha necessariamente una riga nulla.
 - C) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .
 - D) $\det A^3 = 0$.

- 4) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - B) \mathbf{Q} (numeri razionali).
 - C) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - D) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.

- 5) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
 - A) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
 - B) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - C) conserva tutti gli angoli retti.
 - D) non è necessariamente suriettiva.

- 6) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - B) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = at$.
 - C) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (0, x - z)$.
 - D) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(f) = \int_0^1 f^2(x) dx$.

- 7) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
- A) $\dim(V + W) > 10$.
 - B) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
 - C) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.
 - D) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
- 8) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
- A) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - B) può essere impossibile.
 - C) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - D) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
- 9) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
- A) sono paralleli.
 - B) sono due rette.
 - C) sono due piani incidenti.
 - D) sono ortogonali.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t], F(a + bt + ct^2) = at.$
 - B) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, F(x, y, z) = (0, x - z).$
 - C) $F : C^0([0, 1]) \rightarrow \mathbb{R}, F(f) = \int_0^1 f^2(x)dx.$
 - D) $F : \mathcal{M}_5(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}, F(A) = \sum_{i=1}^5 a_2^i$ (dove $A = (a_j^i)$).

- 2) Sia B la matrice inversa di una matrice quadrata reale A . Allora
 - A) La traccia di A non può essere nulla.
 - B) A^2B^5 è invertibile.
 - C) $\det AB \neq 0.$
 - D) $-A$ è l'inversa di $-B.$

- 3) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni $2x - y + z = 0$ e $x + 2y = 1$
 - A) sono due rette incidenti.
 - B) sono paralleli.
 - C) sono ortogonali.
 - D) sono due piani.

- 4) Se un sistema lineare S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice incompleta di rango k
 - A) può essere impossibile.
 - B) ammette sempre ∞^{n-k} soluzioni.
 - C) ammette sempre ∞^{m-k} soluzioni.
 - D) ammette sempre una ed una sola soluzione.

- 5) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 3 & 8 \end{pmatrix}$ sono
 - A) simili ma non congruenti.
 - B) simili e congruenti.
 - C) né simili né congruenti.
 - D) congruenti ma non simili.

- 6) Se un endomorfismo T di \mathbb{R}^n NON ammette nessuna base spettrale, allora ogni matrice che rappresenti T rispetto ad una base qualunque
 - A) è non diagonale.
 - B) ha un numero di autovalori distinti strettamente inferiore ad $n.$
 - C) ha necessariamente determinante nullo.
 - D) non può essere simile ad una matrice diagonale.

- 7) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
- A) \mathbf{Z} (numeri interi).
 - B) successioni reali strettamente crescenti.
 - C) funzioni $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ limitate.
 - D) matrici reali 5×5 con almeno tre termini nulli.
- 8) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei della stessa dimensione
- A) manda vettori di norma 1 in vettori di norma 1.
 - B) conserva tutti gli angoli retti.
 - C) non è necessariamente suriettiva.
 - D) manda rette ortogonali in rette ortogonali.
- 9) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{10} sul campo \mathbb{R} . Dire quale delle seguenti cose può accadere:
- A) $\dim(V + W) = 0$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - B) $\dim(V + W) > 10$.
 - C) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 0$.
 - D) $\dim(V \cap W) < \dim(V + W)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2, per le risposte esatte è +2.**

- 1) Si dica quali delle seguenti funzioni sono trasformazioni lineari:
 - A) $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $F(x, y, z) = (x - y + z, 2x - 1)$.
 - B) $F : C^2(\mathbb{R}) \rightarrow C^0(\mathbb{R})$, $F(f) = \frac{df}{dx} - \frac{d^2f}{dx^2}$.
 - C) $F : \mathcal{M}_4(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(A) = \sum_{i=1}^4 a_{5-i}^i$ (dove $A = (a_j^i)$).
 - D) $F : \mathbb{R}^2[t] \rightarrow \mathbb{R}^2[t]$, $F(a + bt + ct^2) = (a + b)t$.

- 2) Sia A una matrice reale che coincide con la sua trasposta. Allora
 - A) ammette autovalori complessi a parte immaginaria non nulla.
 - B) è simile ad una matrice diagonale.
 - C) A è diagonale.
 - D) ha n autovalori reali distinti.

- 3) Dire quali dei seguenti insiemi è uno spazio vettoriale sul campo \mathbb{R} rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
 - A) successioni reali (a_i) con $|a_{i+1}| \geq |a_i|$ per ogni indice i .
 - B) matrici reali 7×7 con la seconda riga nulla.
 - C) \mathbf{Q} (numeri razionali).
 - D) funzioni continue $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ strettamente crescenti.

- 4) Una trasformazione ortogonale fra due spazi vettoriali euclidei
 - A) manda quadrati in quadrati.
 - B) non è necessariamente iniettiva.
 - C) conserva le distanze fra punti.
 - D) può mandare due rette parallele in due rette incidenti.

- 5) In uno spazio euclideo \mathcal{E}^3 , rispetto ad un riferimento cartesiano fissato, i sottospazi di equazioni parametriche $P = (t, -t, 1)$ e $Q = (3t, 3t, 0)$
 - A) sono paralleli.
 - B) sono ortogonali.
 - C) sono due piani incidenti.
 - D) sono due rette.

- 6) Sia A una matrice quadrata reale 4×4 non invertibile. Allora
 - A) tA non è invertibile.
 - B) $\det A^3 = 0$.
 - C) almeno una colonna di A è combinazione lineare delle altre colonne di A .
 - D) A ha necessariamente una riga nulla.

- 7) Siano V e W due sottospazi vettoriali di \mathbb{R}^{20} sul campo \mathbb{R} , aventi entrambi dimensione uguale a 10. Dire quale delle seguenti cose può accadere:
- A) $\dim(V + W) > 10$.
 - B) $\dim(V + W) = 10$ e $\dim(V \cap W) = 10$.
 - C) $\dim(V \cap W) > \dim(V + W)$.
 - D) $\dim(V + W) = 15$ e $\dim(V \cap W) = 15$.
- 8) Se un sistema lineare omogeneo S di m equazioni in n incognite è associato ad una matrice completa di rango k
- A) il suo spazio delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione $n - k$.
 - B) ammette sempre n^k soluzioni.
 - C) ammette sempre una ed una sola soluzione.
 - D) può essere impossibile.
- 9) Sul campo \mathbb{R} dei reali le matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ sono
- A) simili e congruenti.
 - B) congruenti ma non simili.
 - C) simili ma non congruenti.
 - D) né simili né congruenti.