Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

2) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$.
   B) $A + B = B + A$.
   C) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   D) $\det(A \cdot B) \neq 0$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z) \in I\!R^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   D) $\big((2,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,2,0),(0,0,0,2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   B) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   C) $\det A^2 \neq 0$.
   D) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite ($m, n > 0$). Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   B) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   C) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : I\!R^n \to I\!R^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
A) A e B hanno lo stesso rango.
B) A e B hanno lo stesso determinante.
C) A e B devono necessariamente coincidere.
D) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
A) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
B) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
C) V ammette almeno una base ortonormale.
D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

8) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
A) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.
B) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
C) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
D) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.
   B) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.
   C) A e B sono simili.
   D) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   C) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.
   D) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.
   B) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.
   C) $\dim \mathit{ker}\ T + \dim \mathit{Im}\ T = \dim V$.
   D) T è invertibile.

5) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $A \cdot B = B \cdot A$.
   B) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   C) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.
   D) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.
   B) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   C) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   D) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, s, t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   C) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

9) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.
   C) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.
   D) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) \neq 0$.
   B) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$.
   C) $A + B = B + A$.
   D) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.

2) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.
   B) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   C) se **S** ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   D) se **S** ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.
   B) A e B devono necessariamente coincidere.
   C) A e B hanno lo stesso determinante.
   D) A e B hanno lo stesso rango.

4) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.
   B) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((2,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,2,0),(0,0,0,2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) l'insieme $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.
   B) $\det A^2 \neq 0$.
   C) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.

7) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

   B) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
   C) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.
   D) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.

2) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.
   B) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   C) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   D) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.
   B) A e B sono simili.
   C) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.
   D) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   B) V ammette almeno una base ortonormale.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   D) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   C) l'insieme $\{(x,y,z,s,t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.
   B) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   C) $A \cdot B = B \cdot A$.
   D) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T è invertibile.
   B) $\dim \mathit{ker}\ T + \dim \mathit{Im}\ T = \dim V$.
   C) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.
   D) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.
   B) $A \cdot B = B \cdot A$.
   C) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   D) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) l'insieme $\{(x,y,z,s,t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   D) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   C) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.
   D) $\det A^2 \neq 0$.

5) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se **S** ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   B) se **S** ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.
   D) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B hanno lo stesso determinante.
   B) A e B hanno lo stesso rango.
   C) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.
   D) A e B devono necessariamente coincidere.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   B) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   C) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
   D) V ammette almeno una base ortonormale.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   B) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.
   C) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e sia $\|\cdot\|$ la norma indotta da $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Allora
   A) se $\langle u,u\rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.
   B) se v è il vettore nullo allora $\langle v,v\rangle = 0$.
   C) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v\rangle = 1$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.
   B) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.
   C) A e B sono simili.
   D) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.

3) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $A + B = B + A$.
   B) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   C) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
   D) $\det(A \cdot B) \neq 0$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.
   B) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.
   B) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.
   C) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.
   D) T è invertibile.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((2, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 2, 0), (0, 0, 0, 2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   B) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.
   C) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   D) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   B) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.
   C) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.
   D) $A \cdot B = B \cdot A$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   B) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   D) l'insieme $\{(x,y,z,s,t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\det A^2 \neq 0$.
   C) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   D) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.

4) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se **S** ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   B) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   C) se **S** ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4,8)$, $(12,16)$ e $(0,0)$ è 16.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2,1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B hanno lo stesso determinante.
   B) A e B devono necessariamente coincidere.
   C) A e B hanno lo stesso rango.
   D) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.

8) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.
   C) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.
   D) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite ($m, n > 0$). Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.
   B) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   C) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.
   D) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.

2) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   C) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   C) $\big((2, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 2, 0), (0, 0, 0, 2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.

6) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$.
   B) $A + B = B + A$.
   C) $\det(A \cdot B) \neq 0$.
   D) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.
   B) A e B sono simili.
   C) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.
   D) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.
   B) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.
   C) T è invertibile.
   D) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.

9) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) V ammette almeno una base ortonormale.
   B) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   C) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((2,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,2,0),(0,0,0,2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   D) l'insieme $\{(x,y,z) \in I\!R^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.

2) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3,6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   B) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   C) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
   D) il punto $(-1,3)$ è equidistante dai punti $(-2,1)$ e $(0,3)$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.
   B) $\det A^2 \neq 0$.
   C) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   D) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.

5) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se U è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : I\!R^n \to I\!R^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.
   B) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   C) se **S** ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   D) se **S** ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.
   B) A e B devono necessariamente coincidere.
   C) A e B hanno lo stesso rango.
   D) A e B hanno lo stesso determinante.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   B) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
   C) V ammette almeno una base ortonormale.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

9) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $A + B = B + A$.
   B) $\det(A \cdot B) \neq 0$.
   C) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   D) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.
   D) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.

3) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.
   B) $A \cdot B = B \cdot A$.
   C) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   D) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) l'insieme $\{(x, y, z, s, t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   D) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.
   B) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.
   C) A e B sono simili.
   D) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   B) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.
   C) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   D) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.
   B) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.
   C) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.
   D) T è invertibile.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.
   D) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.
   B) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   C) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) $\det A^2 \neq 0$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.
   B) A e B hanno lo stesso rango.
   C) A e B hanno lo stesso determinante.
   D) A e B devono necessariamente coincidere.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.
   B) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.
   C) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.

4) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.
   B) se $\mathbf{S}$ ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   C) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   D) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

   B) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

8) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) \neq 0$.
   B) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   C) $A + B = B + A$.
   D) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((2, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 2, 0), (0, 0, 0, 2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   C) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   B) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.
   C) $A \cdot B = B \cdot A$.
   D) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.
   B) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.
   C) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.
   D) A e B sono simili.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   B) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   D) V ammette almeno una base ortonormale.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   B) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(x, y, z, s, t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

6) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   B) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.
   C) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.
   D) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.
   B) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.
   C) T è invertibile.
   D) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   B) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   C) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.
   D) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, s, t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   D) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\det A^2 \neq 0$.
   B) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.
   C) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.
   C) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   D) se $\mathbf{S}$ ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B devono necessariamente coincidere.
   B) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.
   C) A e B hanno lo stesso determinante.
   D) A e B hanno lo stesso rango.

5) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $A \cdot B = B \cdot A$.
   B) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.
   C) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   D) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.

6) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   C) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.

8) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) V ammette almeno una base ortonormale.
   B) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   C) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.
   D) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.

3) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   B) $\det(A \cdot B) \neq 0$.
   C) $A + B = B + A$.
   D) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

5) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T è invertibile.
   B) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.
   C) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.
   D) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   B) $\big((2,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,2,0),(0,0,0,2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(2,1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4,8)$, $(12,16)$ e $(0,0)$ è 16.
   D) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.

8) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.
   B) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   C) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   D) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.
   B) A e B sono simili.
   C) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.
   D) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\det A^2 \neq 0$.
   C) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.
   D) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.
   B) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite ($m, n > 0$). Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   B) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.
   D) se $\mathbf{S}$ ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.

4) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.
   B) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B hanno lo stesso determinante.
   B) A e B devono necessariamente coincidere.
   C) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.
   D) A e B hanno lo stesso rango.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.
   B) $A \cdot B = B \cdot A$.
   C) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.
   D) $\det A = \det B = \det C = 0$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) l'insieme $\{(x, y, z, s, t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.
   B) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.
   C) A e B sono simili.
   D) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((2,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,2,0),(0,0,0,2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.

4) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) \neq 0$.
   B) $A + B = B + A$.
   C) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
   D) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.
   B) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   C) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   D) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T è invertibile.
   B) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.
   C) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.
   D) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   B) V ammette almeno una base ortonormale.
   C) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   D) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.
   B) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   D) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
   C) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((2, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 2, 0), (0, 0, 0, 2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   D) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B hanno lo stesso rango.
   B) A e B devono necessariamente coincidere.
   C) A e B hanno lo stesso determinante.
   D) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.

5) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   B) V ammette almeno una base ortonormale.
   C) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

7) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $A + B = B + A$.
   B) $\det(A \cdot B) \neq 0$.
   C) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   D) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   B) $\det A^2 \neq 0$.
   C) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   D) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.

9) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se **S** ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   B) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   C) se **S** ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.
   B) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.
   C) T è invertibile.
   D) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B sono simili.
   B) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.
   C) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.
   D) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   B) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   C) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) l'insieme $\{(x, y, z, s, t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

B) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

C) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che

A) $A \cdot B = B \cdot A$.

B) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.

C) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.

D) $\det A = \det B = \det C = 0$.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora

A) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.

B) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.

C) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.

D) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.

8) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che

A) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.

B) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.

C) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.

D) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che

A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.

B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.

C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   C) $\det A^2 \neq 0$.
   D) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.

2) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   B) se $\mathbf{S}$ ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   C) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   B) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.

5) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B hanno lo stesso determinante.
   B) A e B hanno lo stesso rango.
   C) A e B devono necessariamente coincidere.
   D) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.
   B) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

   B) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

8) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) \neq 0$.
   B) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   C) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
   D) $A + B = B + A$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((2,0,0,0),(0,2,0,0),(0,0,2,0),(0,0,0,2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.
   B) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.
   C) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   D) $A \cdot B = B \cdot A$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) $\big((1,1,1),(2,2,2),(3,3,3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   D) l'insieme $\{(x,y,z,s,t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

4) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   B) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
   C) V ammette almeno una base ortonormale.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.
   B) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   C) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   D) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T è invertibile.
   B) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.
   C) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.
   D) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.

7) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   B) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   C) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
   D) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.
   B) A e B sono simili.
   C) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.
   D) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite ($m, n > 0$). Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se **S** ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   B) se **S** ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   C) se **S** ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B hanno lo stesso determinante.
   B) A e B hanno lo stesso rango.
   C) A e B devono necessariamente coincidere.
   D) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.
   B) V ammette almeno una base ortonormale.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   D) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.
   C) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.
   D) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.

7) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   B) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.
   C) $A \cdot B = B \cdot A$.
   D) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   B) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(x, y, z, s, t) \in \mathbb{R}^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   B) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   C) $\det A^2 \neq 0$.
   D) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $A + B = B + A$.
   B) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
   C) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   D) $\det(A \cdot B) \neq 0$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.
   B) T è invertibile.
   C) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.
   D) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme $\{(x, y, z) \in I\!R^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   D) $\big((2, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 2, 0), (0, 0, 0, 2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora

A) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.

B) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.

C) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.

D) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) A e B sono simili.

B) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.

C) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.

D) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.

B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.

C) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.

D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che

A) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.

B) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.

C) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.

D) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, u \wedge v \rangle = 1$.
   B) se v è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle = 0$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora il suo complemento ortogonale in V ha dimensione $n - k$.
   D) se $\langle u, u \rangle = 0$ allora u è il vettore nullo.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\det A^2 \neq 0$.
   B) $Im\ T$ è un sottospazio vettoriale di V.
   C) se T è iniettivo allora $\det A \neq 0$.
   D) A^5 è la matrice associata a T^5 rispetto alla base B di V.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\dim(Sol(S)) = \rho(A)$.
   B) se $\mathbf{S}$ ammette soluzioni allora $\rho(C) = \rho(A)$.
   C) se $\mathbf{S}$ ha meno equazioni che incognite allora ammette soluzioni.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ e $\dim U = h$ allora esiste almeno una trasformazione lineare $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^{n-h}$ il cui nucleo coincide con U.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $2x - 2y + 2 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   B) le rette di equazioni cartesiane $y = 1$ e $x + y = 1$ sono fra loro parallele.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(4, 8)$, $(12, 16)$ e $(0, 0)$ è 16.
   D) la curva di equazione $x^2 - y^2 = 1$ è una iperbole.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri naturali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme dei numeri reali è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $A \cdot B = B \cdot A$.
   B) $\det A = \det B = \det C = 0$.
   C) $(\lambda + \mu)(A + B) = \lambda A + \mu B$.
   D) ${}^t(A \cdot B \cdot C) = {}^tC \cdot {}^tB \cdot {}^tA$.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, s, t) \in I\!R^5 : x = 0, t = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 5-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale allora contiene il vettore nullo.
   C) $\big((1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.
   D) l'insieme dei polinomi nella indeterminata t a coefficienti reali di grado non superiore a 7 è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

8) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = -3 \\ z = 2t \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $z = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $z = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B devono necessariamente coincidere.
   B) A e B hanno lo stesso determinante.
   C) A e B hanno lo stesso rango.
   D) se A non è simmetrica allora T non ammette una base spettrale.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 4, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) V ammette esattamente 4 orientazioni distinte.
   B) se $u, v \in V$ si ha che $|\langle u, v \rangle| \leq \|u\| \cdot \|v\|$.
   C) V ammette almeno una base ortonormale.
   D) per ogni $v \in V$ si ha $\langle v, -v \rangle \leq 0$.

2) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) tutti gli elementi di A sono diversi da 0.
   B) $A + B = B + A$.
   C) $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
   D) $\det(A \cdot B) \neq 0$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V di dimensione finita allora $\dim U \leq \dim V$.
   B) l'insieme delle matrici reali 3×3 con determinante uguale a 1 è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 3×3, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 4x - 3y + z = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((2, 0, 0, 0), (0, 2, 0, 0), (0, 0, 2, 0), (0, 0, 0, 2)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

4) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $y = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre almeno una soluzione.
   B) Se $m = n$ e $\det A \neq 0$ allora $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione.
   C) se $\rho(C) > \rho(A)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = \rho(C) - \rho(A)$.
   D) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente indipendenti allora $\mathbf{S}$ non ammette soluzioni.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che

A) $\dim ker\ T + \dim Im\ T = \dim V$.

B) se $u, v \in V$ allora $T(u - v) = T(u) - T(v)$.

C) Se T è suriettivo allora le colonne di A sono linearmente indipendenti.

D) T è invertibile.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita 3 e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) A e B sono simili.

B) se la somma delle molteplicità geometriche degli autovalori di T è uguale a 3 allora A e B sono diagonalizzabili per similitudine.

C) se esiste un vettore non nullo $v \in V$ tale che $T(v) = v$ allora 0 è un autovalore di T.

D) se v_1 e v_2 sono autovettori relativi ad uno stesso autovalore λ di T allora anche $v_1 + v_2$ è un autovettore di T relativo a λ.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 2$ e $x + y = 1$ sono fra loro ortogonali.

B) il punto $(-1, 3)$ è equidistante dai punti $(-2, 1)$ e $(0, 3)$.

C) la curva di equazione $y = x^2$ è una parabola.

D) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-6x + 8y - 10 = 0$ è 2.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

B) l'insieme dei numeri complessi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

C) l'insieme dei numeri interi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

D) l'insieme dei numeri interi è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.