Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.
   D) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.

2) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $A + B$ è invertibile.
   B) AB è invertibile.
   C) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   D) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.
   D) $\big((1, -1, 3, 7), (1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
   B) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   C) $\det A > 0$.
   D) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.

5) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che

A) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.

B) se **S** ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.

C) se si aggiunge una equazione al sistema lineare **S** il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.

D) se X è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) A e B hanno la stessa traccia.

B) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.

C) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.

D) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora

A) V ammette esattamente due orientazioni distinte.

B) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.

C) V ammette solo una base ortonormale.

D) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.

8) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che

A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.

C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.

B) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.

C) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.

D) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   - A) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.
   - B) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.
   - C) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.
   - D) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   - A) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.
   - B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   - C) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.
   - D) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   - A) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   - B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.
   - C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   - D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.

4) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   - A) $\rho(A) = n$.
   - B) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.
   - C) $\dim kerT = n$.
   - D) T^{-1} è invertibile.

5) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   - A) AB è non invertibile.
   - B) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   - C) ABC non è ortogonale.
   - D) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   D) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

7) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.
   B) **S** ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.
   C) il sistema lineare omogeneo associato ad **S** ammette sempre infinite soluzioni.
   D) se le equazioni di **S** sono linearmente dipendenti allora **S** ammette almeno una sola soluzione.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in I\!R^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) $\big((0,0,0), (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.

9) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.
   C) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.
   D) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.
   B) $A + B$ è invertibile.
   C) AB è invertibile.
   D) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.

2) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se X è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.
   B) se si aggiunge una equazione al sistema lineare **S** il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   C) se **S** ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   D) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.
   B) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   D) A e B hanno la stessa traccia.

4) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.
   B) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) $\big((1,-1,3,7),(1,1,0,0),(0,1,1,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

B) l'insieme $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x-5y+2z=0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

C) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.

D) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U+W=V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n>0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora

A) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.

B) $\det A > 0$.

C) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.

D) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.

7) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x=-t \\ y=2t \\ z=-3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che

A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y=0$.

B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.

C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y=0$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) le rette di equazioni cartesiane $4x+5y=1$ e $-8x-10y=3$ sono fra loro parallele.

B) la curva di equazione $y=x^8$ è una parabola.

C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0,0)$, $(10,5)$ e $(20,15)$ è 25.

D) la distanza fra il punto di coordinate $(2,1)$ e la retta di equazione $x-y+1=0$ è $\sqrt{2}$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.

B) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

C) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.

D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.
   C) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.
   D) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.

2) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se le equazioni di **S** sono linearmente dipendenti allora **S** ammette almeno una sola soluzione.
   B) il sistema lineare omogeneo associato ad **S** ammette sempre infinite soluzioni.
   C) **S** ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.
   D) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   D) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.
   B) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.
   C) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.
   D) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   B) V ammette solo una base ortonormale.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.
   D) V ammette esattamente due orientazioni distinte.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   C) l'insieme $\{(x,y,z,t) \in I\!R^4 \ : \ x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.
   B) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   C) AB è non invertibile.
   D) ABC non è ortogonale.

9) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T^{-1} è invertibile.
   B) $\dim kerT = n$.
   C) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.
   D) $\rho(A) = n$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che

A) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.
B) AB è non invertibile.
C) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
D) ABC non è ortogonale.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
A) $\big((0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.
B) l'insieme $\{(x,y,z,t) \in I\!R^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
A) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
B) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
C) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.
D) $\det A > 0$.

5) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
A) se **S** ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
B) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
C) se X è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.
D) se si aggiunge una equazione al sistema lineare **S** il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   B) A e B hanno la stessa traccia.
   C) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.
   D) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   B) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.
   C) V ammette esattamente due orientazioni distinte.
   D) V ammette solo una base ortonormale.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.
   B) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.
   C) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.
   B) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.
   C) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.
   B) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.
   C) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.
   D) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1 \lambda_2$ è un autovalore di T.

3) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) AB è invertibile.
   B) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   C) $A + B$ è invertibile.
   D) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.
   C) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.
   B) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.

7) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.
   B) $\rho(A) = n$.
   C) $\dim kerT = n$.
   D) T^{-1} è invertibile.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   B) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in I\!R^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((1, -1, 3, 7), (1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.
   B) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.
   C) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   D) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente dipendenti allora $\mathbf{S}$ ammette almeno una sola soluzione.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   B) ABC non è ortogonale.
   C) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.
   D) AB è non invertibile.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   B) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) $\big((0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.
   D) l'insieme $\{(x,y,z,t) \in I\!R^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\det A > 0$.
   C) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
   D) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.

4) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   B) se si aggiunge una equazione al sistema lineare $\mathbf{S}$ il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   C) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   D) se X è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.
   B) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0,0)$, $(10,5)$ e $(20,15)$ è 25.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2,1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   C) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   B) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) A e B hanno la stessa traccia.
   D) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.

8) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.
   B) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.
   C) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.
   D) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.
   B) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   C) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente dipendenti allora $\mathbf{S}$ ammette almeno una sola soluzione.
   D) $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.

2) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.
   C) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z) \in I\!R^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   C) $\big((1, -1, 3, 7), (1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   D) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.

6) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $A + B$ è invertibile.
   B) AB è invertibile.
   C) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.
   D) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.
   B) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.
   C) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.
   D) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.

8) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) $\rho(A) = n$.
   B) $\dim kerT = n$.
   C) T^{-1} è invertibile.
   D) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.

9) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) V ammette solo una base ortonormale.
   B) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   C) V ammette esattamente due orientazioni distinte.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((1, -1, 3, 7), (1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   C) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.
   D) l'insieme $\{(x, y, z) \in I\!R^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.

2) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.
   B) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   C) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.
   D) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.
   B) $\det A > 0$.
   C) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
   D) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se X è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.
   B) se si aggiunge una equazione al sistema lineare $\mathbf{S}$ il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   C) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   D) se $\mathbf{S}$ ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.
   B) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) A e B hanno la stessa traccia.
   D) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   B) V ammette esattamente due orientazioni distinte.
   C) V ammette solo una base ortonormale.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.
   D) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

9) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) AB è invertibile.
   B) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.
   C) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   D) $A + B$ è invertibile.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.
   D) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.

3) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) ABC non è ortogonale.
   B) AB è non invertibile.
   C) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   D) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in I\!R^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   D) $\big((0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.
   B) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.
   C) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.
   D) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.

7) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.
   B) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.
   C) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   D) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente dipendenti allora $\mathbf{S}$ ammette almeno una sola soluzione.

8) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.
   B) $\rho(A) = n$.
   C) $\dim kerT = n$.
   D) T^{-1} è invertibile.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.
   D) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.
   B) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
   C) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   D) $\det A > 0$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.
   B) A e B hanno la stessa traccia.
   C) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   D) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.
   B) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.
   C) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.

4) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se X è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.
   B) se **S** ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   C) se **S** ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   D) se si aggiunge una equazione al sistema lineare **S** il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.
   B) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.
   C) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

8) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.
   B) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   C) AB è invertibile.
   D) $A + B$ è invertibile.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1, -1, 3, 7), (1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   B) ABC non è ortogonale.
   C) AB è non invertibile.
   D) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.
   B) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.
   C) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.
   D) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   B) V ammette esattamente due orientazioni distinte.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.
   D) V ammette solo una base ortonormale.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   D) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

6) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

7) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) **S** ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.
   B) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.
   C) se le equazioni di **S** sono linearmente dipendenti allora **S** ammette almeno una sola soluzione.
   D) il sistema lineare omogeneo associato ad **S** ammette sempre infinite soluzioni.

8) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.
   B) $\rho(A) = n$.
   C) T^{-1} è invertibile.
   D) $\dim kerT = n$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.
   B) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   C) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.
   D) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in I\!R^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   D) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\det A > 0$.
   B) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.
   C) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   D) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se si aggiunge una equazione al sistema lineare $\mathbf{S}$ il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   B) se X è un sottospazio vettoriale di $I\!R^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.
   C) se $\mathbf{S}$ ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   D) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   B) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.
   C) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   D) A e B hanno la stessa traccia.

5) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) AB è non invertibile.
   B) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.
   C) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   D) ABC non è ortogonale.

6) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.
   B) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.
   C) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.

8) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) V ammette solo una base ortonormale.
   B) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   C) V ammette esattamente due orientazioni distinte.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   B) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.
   B) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.
   D) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.

3) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   B) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.
   C) AB è invertibile.
   D) $A + B$ è invertibile.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.
   B) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   D) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

5) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T^{-1} è invertibile.
   B) $\dim kerT = n$.
   C) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.
   D) $\rho(A) = n$.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.

B) $\big((1,-1,3,7),(1,1,0,0),(0,1,1,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

C) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.

D) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.

B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.

C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.

D) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.

8) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che

A) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente dipendenti allora $\mathbf{S}$ ammette almeno una sola soluzione.

B) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.

C) $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.

D) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.

B) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.

C) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.

D) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   B) $\det A > 0$.
   C) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.
   D) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.

2) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e sia $\|\cdot\|$ la norma indotta da $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v\rangle = -\langle v, u\rangle$.
   B) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v\rangle > 0$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u\rangle \leq 0$.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   B) se si aggiunge una equazione al sistema lineare $\mathbf{S}$ il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   C) se X è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.
   D) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.

4) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.
   B) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.

6) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   B) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.
   D) A e B hanno la stessa traccia.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   C) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

8) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.
   B) AB è non invertibile.
   C) ABC non è ortogonale.
   D) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   C) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.
   B) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.
   C) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.
   D) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1,-1,3,7),(1,1,0,0),(0,1,1,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme $\{(x,y,z) \in I\!R^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.

4) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.
   B) AB è invertibile.
   C) $A + B$ è invertibile.
   D) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.

5) Sia **S** un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad **S**, rispettivamente. È vero che
   A) se le equazioni di **S** sono linearmente dipendenti allora **S** ammette almeno una sola soluzione.

   B) **S** ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.
   C) il sistema lineare omogeneo associato ad **S** ammette sempre infinite soluzioni.
   D) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.

6) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) T^{-1} è invertibile.
   B) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.
   C) $\dim kerT = n$.
   D) $\rho(A) = n$.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.
   B) V ammette solo una base ortonormale.
   C) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   D) V ammette esattamente due orientazioni distinte.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.
   B) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.
   C) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.
   D) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3,6)$ e la retta di equazione $-3x+4y-5=0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.
   C) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.
   D) il punto $(1,2)$ è equidistante dai punti $(2,1)$ e $(0,3)$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((1,-1,3,7),(1,1,0,0),(0,1,1,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.
   D) l'insieme $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

4) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) A e B hanno la stessa traccia.
   B) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   C) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   D) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.

5) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e sia $\|\cdot\|$ la norma indotta da $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u+v, 2(u+v)\rangle \geq 0$.
   B) V ammette solo una base ortonormale.
   C) V ammette esattamente due orientazioni distinte.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $\cos\widehat{uv} = \frac{\langle u,v\rangle}{(\|u\|\cdot\|v\|)^2}$.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   B) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.
   D) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

7) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) AB è invertibile.
   B) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.
   C) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   D) $A + B$ è invertibile.

8) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
   B) $\det A > 0$.
   C) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   D) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   B) se si aggiunge una equazione al sistema lineare $\mathbf{S}$ il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   C) se $\mathbf{S}$ ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   D) se X è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) $\dim kerT = n$.
   B) $\rho(A) = n$.
   C) T^{-1} è invertibile.
   D) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   B) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   D) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.

3) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.
   B) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.
   C) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.
   D) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   B) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.
   C) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.
   D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in I\!R^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) $\big((0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!R$ in $I\!R$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   D) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) AB è non invertibile.
   B) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.
   C) ABC non è ortogonale.
   D) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.

7) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.
   B) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.
   C) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.
   D) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.

8) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   B) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.
   C) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente dipendenti allora $\mathbf{S}$ ammette almeno una sola soluzione.
   D) $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.

9) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   B) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
   C) $\det A > 0$.
   D) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.

2) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   B) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   C) se si aggiunge una equazione al sistema lineare $\mathbf{S}$ il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   D) se X è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.

3) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.
   B) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.
   D) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.

5) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   B) A e B hanno la stessa traccia.
   C) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   D) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.
   B) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.
   D) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.
   C) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   D) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.

8) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.
   B) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   C) $A + B$ è invertibile.
   D) AB è invertibile.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) $\big((1, -1, 3, 7), (1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   B) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) ABC non è ortogonale.
   B) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.
   C) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   D) AB è non invertibile.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   B) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   C) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   B) $\big((0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   D) l'insieme $\{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.

4) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   B) V ammette esattamente due orientazioni distinte.
   C) V ammette solo una base ortonormale.
   D) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che

A) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente dipendenti allora $\mathbf{S}$ ammette almeno una sola soluzione.

B) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.

C) $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.

D) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.

6) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che

A) T^{-1} è invertibile.

B) $\dim kerT = n$.

C) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.

D) $\rho(A) = n$.

7) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che

A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.

B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.

D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.

B) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.

C) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.

D) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.

B) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.

C) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.

D) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se $\mathbf{S}$ ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   B) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   C) se si aggiunge una equazione al sistema lineare $\mathbf{S}$ il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   D) se X è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   B) A e B hanno la stessa traccia.
   C) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   D) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.

3) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.
   B) V ammette solo una base ortonormale.
   C) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.
   D) V ammette esattamente due orientazioni distinte.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   B) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.
   C) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   D) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.

6) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.
   B) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.
   C) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.
   D) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.

7) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   B) ABC non è ortogonale.
   C) AB è non invertibile.
   D) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   B) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.
   C) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   B) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
   C) $\det A > 0$.
   D) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) AB è invertibile.
   B) $A + B$ è invertibile.
   C) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   D) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.

2) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.
   B) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.
   C) l'insieme delle funzioni da $I\!N$ in $I\!N$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.
   D) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.

3) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che
   A) $\dim kerT = n$.
   B) T^{-1} è invertibile.
   C) $\rho(A) = n$.
   D) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   B) l'insieme $\{(x, y, z) \in I\!R^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   C) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.
   D) $\big((1, -1, 3, 7), (1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!R$.

5) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che

A) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.

B) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.

C) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.

D) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.

6) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle\cdot,\cdot\rangle$ e sia $\|\cdot\|$ la norma indotta da $\langle\cdot,\cdot\rangle$. Allora

A) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v\rangle = -\langle v, u\rangle$.

B) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u\rangle \leq 0$.

C) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v\rangle > 0$.

D) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.

B) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.

C) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.

D) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.

B) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.

C) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.

D) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.

9) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che

A) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.

B) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente dipendenti allora $\mathbf{S}$ ammette almeno una sola soluzione.

C) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.

D) $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione finita n, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) se $n = 3$, V è orientato e $u, v \in V$, allora $\langle u \wedge v, v \wedge u \rangle \leq 0$.
   B) se v non è il vettore nullo allora $\langle v, v \rangle > 0$.
   C) se U è un sottospazio vettoriale euclideo di V ed ha dimensione k, allora anche il suo complemento ortogonale in V ha dimensione k.
   D) per $u, v \in V$ si ha $\langle u, -v \rangle = -\langle v, u \rangle$.

2) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base B di V. Allora
   A) $\det A > 0$.
   B) può darsi che $kerT$ non sia un sottospazio vettoriale di V.
   C) se $T(H)$ è un insieme di generatori per V allora anche H è un insieme di generatori per V.
   D) $2A$ è la matrice associata a T^2 rispetto alla base B di V.

3) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) se si aggiunge una equazione al sistema lineare $\mathbf{S}$ il nuovo sistema lineare ammette almeno una soluzione in meno del precedente.
   B) se $\mathbf{S}$ ammette infinite soluzioni allora $\rho(C) > \rho(A)$.
   C) se $\mathbf{S}$ ha più equazioni che incognite allora non ammette soluzioni.
   D) se X è un sottospazio vettoriale di $\mathbb{R}^n$ esistono infiniti sistemi lineari a coefficienti reali le cui soluzioni sono tutti e soli i vettori di X.

4) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?
   A) la distanza fra il punto di coordinate $(2, 1)$ e la retta di equazione $x - y + 1 = 0$ è $\sqrt{2}$.
   B) le rette di equazioni cartesiane $4x + 5y = 1$ e $-8x - 10y = 3$ sono fra loro parallele.
   C) l'area non orientata (cioè il valore assoluto dell'area) del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(10, 5)$ e $(20, 15)$ è 25.
   D) la curva di equazione $y = x^8$ è una parabola.

5) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma di funzioni.
   B) l'insieme delle matrici reali 7×7 è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto righe per colonne.
   C) l'insieme dei numeri razionali è un campo rispetto alle usuali operazioni di somma e di prodotto.
   D) l'insieme dei polinomi nell'indeterminata y a coefficienti reali è un anello rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto.

6) Siano A, B e C tre matrici reali $n \times n$ non invertibili. È vero che
   A) AB è non invertibile.
   B) $Tr(A + 2B + 3C) = Tr(A) + 2Tr(B) + 3Tr(C)$.
   C) se la traccia di A è non nulla allora è non nullo anche il determinante di A.
   D) ABC non è ortogonale.

7) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) l'insieme $\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x^2 = 1\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$, rispetto alle operazioni indotte.
   B) se U è un sottospazio vettoriale di uno spazio vettoriale V allora $\dim U = \dim V - 1$.
   C) $\big((0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $\mathbb{R}$.
   D) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ è uno spazio vettoriale reale rispetto alle usuali operazioni di somma e prodotto per uno scalare.

8) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione parametrica $\begin{cases} x = -t \\ y = 2t \\ z = -3 \end{cases}$ rispetto al riferimento cartesiano naturale. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo al piano di equazione $y = 0$.
   B) $\mathcal{A}$ è una retta parallela al piano di equazione $y = 0$.
   C) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle z.
   D) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle z.

9) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che
   A) se il polinomio caratteristico di T ammette una radice di molteplicità geometrica n allora T ammette una base spettrale.
   B) se $n = 4$ ed il polinomio caratteristico di T è $p(t) = t^4$ allora $\det A = \det B = 0$.
   C) A e B hanno la stessa traccia.
   D) la molteplicità geometrica di ogni autovalore di T è strettamente superiore alla sua molteplicità algebrica.

Marcare con una crocetta le risposte ritenute corrette e consegnare la scheda al termine della prima ora. Per annullare una risposta già marcata, cerchiarla. Per ogni domanda vi possono essere da 0 a 4 risposte esatte. **Per ogni domanda, la somma dei punti per le risposte errate è -2**, *per le risposte esatte è +2. In questo testo il simbolo n denota sempre un numero naturale non nullo.*

1) Sia V uno spazio vettoriale euclideo reale di dimensione 3, dotato di prodotto scalare $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e sia $\| \cdot \|$ la norma indotta da $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Allora
   A) V ammette esattamente due orientazioni distinte.
   B) se $u, v \in V$ si ha che $\cos \widehat{uv} = \frac{\langle u,v \rangle}{(\|u\| \cdot \|v\|)^2}$.
   C) V ammette solo una base ortonormale.
   D) per $u, v \in V$ si ha $\langle u + v, 2(u + v) \rangle \geq 0$.

2) Siano A e B due matrici reali $n \times n$ invertibili. È vero che
   A) gli elementi della diagonale principale di A possono essere tutti uguali a 1.
   B) AB è invertibile.
   C) $A + B$ è invertibile.
   D) $\det(A \cdot B) \neq \det(B \cdot A)$.

3) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?
   A) se U e W sono sottospazi vettoriali di uno spazio vettoriale V di dimensione finita tali che $U + W = V$ allora $\dim U + \dim W = \dim V$.
   B) l'insieme delle matrici reali 4×4 non invertibili è un sottospazio vettoriale dell'usuale spazio vettoriale delle matrici reali 4×4, rispetto alle operazioni indotte.
   C) l'insieme $\{(x, y, z) \in I\!\!R^3 : x - 5y + 2z = 0\}$ è un sottospazio vettoriale dello spazio vettoriale standard 3-dimensionale sul campo $I\!\!R$, rispetto alle operazioni indotte.
   D) $\big((1, -1, 3, 7), (1, 1, 0, 0), (0, 1, 1, 1)\big)$ è una base per lo spazio vettoriale standard 4-dimensionale sul campo $I\!\!R$.

4) Si consideri il sottospazio $\mathcal{A}$ dello spazio euclideo standard 3-dimensionale di equazione cartesiana $x - 7z = 2$. È vero che
   A) $\mathcal{A}$ è una retta parallela all'asse delle y.
   B) $\mathcal{A}$ è un piano ortogonale all'asse delle y.
   C) $\mathcal{A}$ è una retta ortogonale all'asse delle y.
   D) $\mathcal{A}$ è un piano parallelo all'asse delle y.

5) Sia $\mathbf{S}$ un sistema lineare di m equazioni in n incognite $(m, n > 0)$. Indichiamo con A e C la matrice incompleta e completa associate ad $\mathbf{S}$, rispettivamente. È vero che
   A) il sistema lineare omogeneo associato ad $\mathbf{S}$ ammette sempre infinite soluzioni.
   B) $\mathbf{S}$ ammette esattamente una soluzione se e solo se il numero delle sue incognite coincide col numero delle sue equazioni.
   C) se $\rho(A) = \rho(C)$ allora $\dim(Sol(\mathbf{S})) = n - \rho(A)$.
   D) se le equazioni di $\mathbf{S}$ sono linearmente dipendenti allora $\mathbf{S}$ ammette almeno una sola soluzione.

6) Sia T un automorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e sia A la matrice associata a T rispetto ad una base fissata di V. È vero che

A) $\dim kerT = n$.

B) se B è una base per V allora $T(B)$ è una base per V.

C) $\rho(A) = n$.

D) T^{-1} è invertibile.

7) Sia T un endomorfismo di uno spazio vettoriale reale V di dimensione finita $n > 0$ e siano A, B due matrici di T rispetto a due basi fissate di V. È vero che

A) se i termini di A sono tutti positivi allora lo sono anche tutti quelli di B.

B) se B è simmetrica allora T ammette una base spettrale.

C) se esistono un vettore non nullo $v \in V$ ed un numero reale λ tali che $T(v) = \lambda^2 v$ allora λ è un autovalore di T.

D) se λ_1 e λ_2 sono autovalori di T allora anche $\lambda_1\lambda_2$ è un autovalore di T.

8) Quali delle seguenti affermazioni sono vere per un piano euclideo, rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fissato?

A) le rette di equazioni cartesiane $x - y = 21$ e $21x - y = 1$ sono fra loro ortogonali.

B) il punto $(1, 2)$ è equidistante dai punti $(2, 1)$ e $(0, 3)$.

C) la curva di equazione $y = 8x^2$ è una ellisse.

D) la distanza fra il punto di coordinate $(3, 6)$ e la retta di equazione $-3x + 4y - 5 = 0$ è 2.

9) Quali delle seguenti affermazioni sono vere?

A) l'insieme delle funzioni da $\mathbb{N}$ in $\mathbb{N}$ biunivoche è un gruppo rispetto all'usuale operazione di composizione di funzioni.

B) l'insieme delle successioni reali convergenti a 1 è un gruppo commutativo rispetto all'usuale operazione di somma.

C) l'insieme dei numeri interi negativi è un gruppo rispetto alla usuale operazione di somma.

D) l'insieme delle matrici 3×3 reali con determinante uguale a 1 è un gruppo rispetto alla usuale operazione di prodotto righe per colonne.