

Test scritto di Geometria Proiettiva
19/1/2015

Es.1: Considerare, nel piano proiettivo complesso, le due cubiche:

$$C_1: x_0^3 + 2x_0^2x_2 - x_1^2x_2 = 0 \quad ;$$

$$C_2: x_0^2x_1 - x_0x_2^2 - x_0x_1^2 + x_1x_2^2 = 0 \quad .$$

Per ognuna delle due curve, trovare eventuali punti singolari e dire quale sia la loro molteplicità e se si tratti di singolarità ordinarie o meno. Dire poi se le due curve siano irriducibili o no.

Es.2: Si consideri la proiettività g del piano proiettivo reale data (nel riferimento standard) dalla matrice:

$$A: \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} .$$

- a) Determinare i punti uniti di g (un punto unito è un punto P per cui $g(P)=P$).
- b) Se si considera g sul piano proiettivo complesso, quali sono i suoi punti uniti?

Es.3: Scrivere l'equazione di una conica nel piano proiettivo reale con coordinate omogenee $\{x_0, x_1, x_2\}$ in modo che essa risulti una parabola nella carta affine $U_0 = \{x_0 \neq 0\}$ e una iperbole nella carta $U_1 = \{x_1 \neq 0\}$.