

15578 - MATEMATICA II, A.A. 2006/07

Esame scritto, 19 giugno 2007

Nome: _____
Cognome: _____
Matricola: _____

Punteggio:

ISTRUZIONI: Su questo foglio vanno scritte **solo** le soluzioni, nello spazio dell'esercizio corrispondente (**n.b.:** una soluzione può anche essere un grafico, per esempio, o una dimostrazione sintetica, a seconda degli esercizi). Riconsegnare **tutti** i fogli usati durante il compito.

Nonostante il punteggio massimo ottenibile sia di 160 punti, il voto sarà espresso in 150esimi.

1. [30 pt] Determinare la convergenza o meno dei seguenti integrali impropri:

(a) $\int_0^{+\infty} x e^{-3x} dx$

(b) $\int_0^2 (2x + 4x^3 + x^4)^{-1/3} dx$

(c) $\int_{-\infty}^{-3} e^{x^3} (\cos x + x) dx$

2. [20 pt] Stabilire se le seguenti serie convergono assolutamente, condizionalmente, oppure non convergono:

(a) $\sum_{n=4}^{\infty} (-1)^n \frac{n!}{n^n}$

(b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{2n+1}}{\sqrt{n+3}}$

3. [15 pt] Determinare l'intervallo di convergenza della serie $\sum_{m=0}^{\infty} (m+1) x^m$.

Sommare tale serie, cioè trovarne il limite come funzione di x nell'intervallo di convergenza.

4. [10 pt] Sia $A \subset \mathbb{R}^2$ l'unione di tutte le rette $x = 1/n$, per $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Fare un disegno approssimativo di A .

Determinare l'insieme dei punti di accumulazione di A .

5. [20 pt] Scrivere l'equazione $p(x, y)$ del piano tangente al grafico di $f(x, y) = e^{x^2y}$ nel punto $(-1, 1)$.

6. [15 pt] Sia $\varphi(u) = e^{-2u}$ e $f(x, y, z, t) = xyz^3t^2 + \cos(zt)$. La funzione $\varphi \circ f$ è una funzione $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$. Determinare m, n .

Scrivere il differenziale della $\varphi \circ f$ in un punto generico.

7. [15 pt] Se D è la regione limitata del piano compresa fra le curve $y = |x|$ e $x^2 + y^2 = 4$, calcolare

$$\int_D (x^2y + y^3) dx dy =$$

8. [15 pt] Trovare la soluzione generale dell'equazione differenziale $y'' - 6y' + 10y = 0$.

9. [20 pt] Risolvere il seguente problema di Cauchy.

$$\begin{cases} y' = -x^2y^2 - y^2 \\ y(1) = \frac{1}{2} \end{cases}$$