

Integrali impropri

1. Calcolare i seguenti integrali impropri:

$$(a) \int_1^{+\infty} (3x + 7)^{-1/3} dx$$

$$(b) \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$(c) \int_1^5 \frac{1}{\sqrt{z-1}} dz$$

$$(d) \int_0^{+\infty} x^5 \exp(-x^6) dx$$

$$(e) \int_e^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$(f) \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\tan x} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin x} dx$$

2. Calcolare, nell'ordine dato:

$$(a) \int_0^{+\infty} e^{-x} dx$$

$$(b) \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$$

$$(c) \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$$

$$(d) \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx, \quad \text{con } n \in \mathbb{N}$$

3. Determinare, con il metodo del confronto, se i seguenti integrali impropri sono convergenti o no:

$$(a) \int_{\sqrt{2}}^{+\infty} \frac{4x^4 + 7x^2 - 1}{x^5 + x^2 + 4} dx$$

$$(b) \int_5^{+\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x} dx$$

$$(c) \int_0^{+\infty} (x^2 + \sin x) e^{-2x} dx$$

$$(d) \int_0^1 \frac{1}{x + x^2} dx$$

$$(e) \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x + x^2}} dx$$

$$(f) \int_2^4 \frac{e^x}{(x-2)^{1/3}} dx$$

$$(g) \int_{-\pi/4}^0 \frac{1}{\sin x} dx \quad [\text{Confrontare l'integrando con } 1/x]$$