

Serie numeriche

1. Calcolare le seguenti serie numeriche:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\frac{3^n}{2^{2n+3}}}$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2^{2n})^n}{4^{n^2+n}}$$

$$(c) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2^{n/2+1}}$$

$$(d) \sum_{n=3}^{\infty} 2^{-n}$$

$$(e) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k 2^{-2k}$$

2. Usando il metodo del confronto, stabilire se le seguenti serie sono convergenti o no:

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n^4 + 5n - 1}}{(n - 1)^3}$$

$$(b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{e^k}$$

$$(c) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^2 + \sin m}$$

$$(d) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log_2 n}$$

$$(e) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\log_2 (1 + n^2)}$$

3. Determinare la convergenza, divergenza, o oscillazione delle seguenti serie:

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k^3 + k}$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+1)^2}{n^2 + 1}$$

$$(c) \sum_{n=2}^{\infty} (n^{-1} + e^{-n})$$

$$(d) \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{\sin(2k)}{k^3 + 3} + \frac{\cos(2k)}{3^k} \right)$$

$$(e) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{2n}$$

$$(f) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n 3^n}{(2n)!}$$

$$(g) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{2n} \frac{n^n}{4^{2n+1}}$$

$$(h) \sum_{n=4}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$$

$$(i) \sum_{m=0}^{\infty} (-2)^{m^3}$$

$$(j) \sum_{n=0}^{\infty} e^{n^2 - (n+1)^2}$$

$$(k) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos k}{\sqrt{k^3 + k + 1}}$$

$$(l) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\arctan k}{\sqrt{k + 1}}$$

4. Determinare se le seguenti serie sono convergenti assolutamente, convergenti condizionalmente o non convergenti:

$$(a) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2 - n}}$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n + 3 \cdot 2^n}}$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n^3+5n}}{(n^4 + 2n^2)}$$

$$(d) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos(k^2)}{k^4}$$

$$(e) \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right)$$

$$(f) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n!}}{n} \quad [\text{Sicuramente non converge assolutamente, allora bisogna studiare } (-1)^{n!}]$$