15578 - MATEMATICA II, A.A. 2006/07
Esercizi del corso, foglio n. 5

Limiti e continuità

1. Determinare il dominio naturale delle seguenti funzioni. Nei casi bidimensionali, disegnarlo sul piano (x, y).

   (a) $f(x,y) = e^{xy+y}$

   (b) $f(x,y,z) = \sin(x^2+3z) + \sqrt{y}$

   (c) $f(x,y) = \sqrt{4-x^2-y^2}$

   (d) $f(x,y) = \dfrac{\arctan(x^2y+3x)}{x^4+3y^2}$

   (e) $f(x,y) = \ln(x-2y)$

   (f) $f(x,y) = \dfrac{y}{e^{xy}-1}$

   (g) $f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \dfrac{3}{x_1^2+(x_2-1)^2+x_3^4+\sqrt{x_4}}$

2. Disegnare il grafici delle seguenti funzioni:

   (a) $f(x,y) = x^2+y^2$

   (b) $f(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$

   (c) $f(x,y) = \sqrt{9-x^2-y^2}$

   (d) $f(x,y) = \sin\sqrt{x^2+y^2}$ con $D(f) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \le \pi^2\}$

3. Usando la definizione di limite, dimostrare rigorosamente che $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,2)} (x^2+y^2-4y) = -4$.

4. Trovare i limiti indicati (che possono essere anche $\pm\infty$):

   (a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,3)} \frac{\log_{10}(x+y^2)}{\sqrt{x+y}}$

   (b) $\displaystyle\lim_{(x_1,x_2,x_3,x_4)\to(0,0,-1,4)} \frac{3}{x_1^2+(x_2-1)^2+x_3^4+\sqrt{x_4}}$

   (c) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{1}{x^2+y^2+z^2}$

   (d) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(0,0,0)} \frac{e^{xz+y}}{x^2+4y^2+9z^2}$

   (e) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin\sqrt{x^2+y^2}}{\sqrt{x^2+y^2}}$

   (f) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(-1,-1)} \frac{x^2-y^2}{x-y}$

   (g) $\displaystyle\lim_{(x,y,z)\to(1,0,\pi)} \tan\left(\frac{2y+z}{4x-3y}\right)$

5. Usando un metodo simile a quello visto in classe, dimostrare che $\nexists \displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y}{x^6+y^2}$.